6．場合の数と確率

12 場合の数と確率

月　日

ポイントの整理

1　確率

◆**場合の数**　あることがらにおいて，起こりうる結果の数。

◆**確率の意味**　あることがらの起きることが期待される程度を表した数を，そのことがらの起きる**確率**という。

同じ調査や実験を多くくり返し，あることがらの起こる相対度数がpに限りなく近づくとき，確率はpであるという。

例　1枚の硬貨を投げたとき，表が出る確率

投げた回数(回)	10	50	100	200
表が出た回数(回)	7	21	48	102
相対度数	0.7	0.42	0.48	0.51

表が出る確率は，0.5であるといえる。

2　確率の求め方

◆**同様に確からしい**　あることがらにおいて，場合の数が何通りかあって，そのどれが起こることも同じ程度に期待できるとき，どの結果が起こることも**同様に確からしい**という。そのようなとき，確率は計算によって求められる。

◆**確率の求め方**　あることがらの起こる場合が全部でn通りあって，そのどれが起こることも同様に確からしいとする。このうち，ことがらAの起こる場合が，a通りであるとき，ことがらAの起こる確率pは，

$p=\dfrac{a}{n}$となる。

例　1枚の硬貨を投げたとき，表が出る確率
起こりうる場合の数は，表，裏の2通り。

表が出る確率は，$\dfrac{1}{2}$

◆Aの起こる確率pの範囲は，$0\leqq p\leqq 1$
○かならず起こることがらの確率は，$p=1$
○決して起こらないことがらの確率は，$p=0$
○Aの起こらない確率は，$1-p$

◆考えられる場合を，順序よく整理して数え上げるために，**樹形図**（じゅけいず）のような図や表などがよく使われる。

例　A，B，Cを1列に並べる場合の樹形図。

A＜B―C，C―B　B＜A―C，C―A　C＜A―B，B―A

確認ワーク

教 P.160

例題1　確率の意味　1つのさいころを投げるとき，3の目が出る回数を調べた。

投げた回数(回)	10	100	200	500	1000	2000
3が出た回数(回)	2	13	36	80	165	334
相対度数	0.2	0.13	0.18	0.16	0.165	0.167

(1)　それぞれの相対度数を求め，上の表にかけ。
(2)　この実験から，3の目が出る確率を，小数第3位を四捨五入して求めよ。
(3)　どの目が出ることも同様に確からしいとすると，3の目が出る確率を求めよ。

解　(1)　相対度数$=\dfrac{3が出た回数}{投げた回数}$

$\dfrac{2}{10}=0.2$，$\dfrac{13}{100}=0.13$，$\dfrac{36}{200}=0.18$，$\dfrac{80}{500}=0.16$，$\dfrac{165}{1000}=0.165$，$\dfrac{334}{2000}=0.167$

答　上の表

(2)　500回のとき0.16，1000回のとき0.165，2000回のとき0.167と，0.17に近づいている。

答　0.17

(3)　1から6の目が出るのは，6通り。3の目が出るのは1通りだから，

3の目が出る確率は，$\dfrac{1}{6}$

答　$\dfrac{1}{6}$

1 右の表は，赤，青，黄の3色のボールを袋に入れよくかき混ぜ，1個を取り出したときの色を調べたものである。これについて，次の問いに答えなさい。

取り出した回数(回)	50	100	300
赤が出た回数(回)	18	30	99
相対度数			

□(1) 赤が出た相対度数をそれぞれ求め，表にかけ。

□(2) どの色を取り出すことも同様に確からしいとするとき，赤が出る確率を求めよ。

例題2 確率(1) 次の問いに答えなさい。

(1) 1つのさいころを投げるとき，3の倍数の目が出る確率を求めよ。

(2) 1から8までの数字を1つずつ書いた8枚のカードをよくきって，その中から1枚を取り出したとき，奇数の数字が出る確率を求めよ。

教 P.161

解 次の順序で考えていく。

① 起こるすべての場合は，全部で何通りあるか。また，すべての場合は，そのどれが起こることも同様に確からしいといえるか。

② そのうち，問題にあてはまる起こり方は何通りあるか。

(1) さいころの目の出かたは，全部で6通りで，どの目の出かたも同様に確からしい。
そのうち，3の倍数の目の出かたは，3，6の2通り。よって，求める確率は $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ 答 $\frac{1}{3}$

(2) カードの取り出し方は，全部で8通りで，どのカードの取り出し方も同様に確からしい。
奇数のカードの取り出し方は，1，3，5，7の4通り。よって，求める確率は $\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$ 答 $\frac{1}{2}$

2 次の問いに答えなさい。

(1) 1つのさいころを投げるとき，次の目が出る確率を求めよ。

□① 4の目 □② 偶数の目 □③ 2以下の目

□④ 3以上の目 □⑤ 7の目 □⑥ 1以上6以下の目

(2) ジョーカーを除く52枚のトランプから1枚をひくとき，次の確率を求めよ。

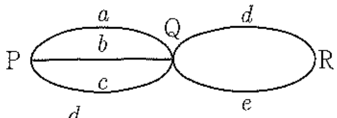
□① ハートである確率 □② スペードまたはクローバーである確率

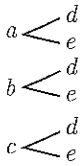
□③ 3または8である確率 □④ ジョーカーである確率

教
P.163

例題３　場合の数　P市からR市まで行くのに，P市からQ市までは，a，b，cの3本の道があり，Q市からR市までは，d，eの2本の道がある。これらの道を通って，P市からR市まで行く場合，その行き方は，全部で何通りあるか，答えなさい。

解　起こるすべての場合は，右の図より，全部で6通りである。
ここで使った，右のような図を樹形図という。





答　6通り

3　次の問いに答えなさい。

□(1)　Aさんの学校では，音楽会で，1年生，2年生，3年生が，それぞれ1回ずつ出演することになった。1年生，2年生，3年生が出演する順番は何通りあるか。

(2)　A，B，C，Dの4人が1列に並ぶ。このとき，次の問いに答えよ。

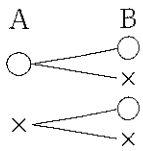
□①　一番前にAかBがくるようにすると，4人の並び方は全部で何通りあるか。

□②　AとBの2人が，一番前と一番後にくるようにすると，4人の並び方は全部で何通りあるか。

教
P.164

例題４　確率(2)　2枚の硬貨A，Bを同時に投げるとき，次の確率を求めなさい。
①　2枚とも裏となる確率　　　　②　少なくとも1枚が表となる確率

解　表を○，裏を×と表すと，起こるすべての場合は，右の図より，(○，○)，(○，×)(×，○)，(×，×)の4通りある。右のような図を樹形図という。
また，「少なくとも1枚が表となる」ということは，投げた2枚の硬貨のうち1枚または2枚が表となるという意味である。



①　2枚の硬貨の表や裏の出かたは，右の図より，全部で4通りで，どの出かたも同様に確からしい。そのうち，2枚とも裏となる出かたは，1通り。よって，求める確率は$\frac{1}{4}$　　答　$\frac{1}{4}$

②　少なくとも1枚が表となる出かたは，3通り。よって，求める確率は$\frac{3}{4}$　　答　$\frac{3}{4}$

4 次の問いに答えなさい。

(1) 2枚の硬貨を同時に投げるとき，次の確率を求めよ。

□① 2枚とも表となる確率

□② 1枚が表で，1枚が裏となる確率

(2) 3枚の硬貨を同時に投げるとき，次の問いに答えよ。

□① 起こる場合の数は，全部で何通りか。

□② 1枚が表，2枚が裏となる確率を求めよ。

□③ 3枚とも表となる確率を求めよ。

□④ 少なくとも1枚が裏となる確率を求めよ。

(3) A，Bの2人がじゃんけんをするとき，次の問いに答えよ。

□① 起こる場合の数は，全部で何通りあるか。

□② Aが勝つ確率を求めよ。

□③ あいこになる確率を求めよ。

例題5 確率(3) 1，2，3，4の数字を1つずつ書いた4枚のカードがある。これらをよくきって，1枚ずつ2回続けて取り出し，取り出した順に左から右に並べて2けたの正の整数をつくる。その数が偶数である確率を求めなさい。

教 P.165

解 できる2けたの正の整数は全部で右の12通りで，そのうち偶数となるのは，
12，14，24，32，34，42の6通りあるから，
求める確率は，$\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$

12，13，14
21，23，24
31，32，34
41，42，43

答 $\frac{1}{2}$

5 □ 2，3，5の数字を1つずつ書いた3枚のカードがある。これらをよくきって，1枚ずつ3回続けて取り出し，取り出した順に左から右に並べて3けたの正の整数をつくるとき，その数が奇数である確率を求めなさい。