問1　次の計算をした結果として正しいものを，それぞれあとの1～4の中から1つ選び，その番号を答えなさい。

(ア)　$4-(-11)$

1. -15　　2. -7　　3. 7　　4. 15

(イ)　$72x^2y\div(-4x)$

1. $-36y$　　2. $-18xy$　　3. $18xy$　　4. $36y$

(ウ)　$\sqrt{96}+\dfrac{36}{\sqrt{6}}$

1. $9\sqrt{6}$　　2. $10\sqrt{6}$　　3. $11\sqrt{6}$　　4. $12\sqrt{6}$

(エ)　$\dfrac{x+2}{4}-\dfrac{2x-3}{5}$

1. $\dfrac{-2x+3}{5}$　　2. $\dfrac{-3x-2}{20}$　　3. $\dfrac{-3x+22}{20}$　　4. $\dfrac{13x+22}{20}$

(オ)　$(\sqrt{5}+1)^2-2(\sqrt{5}+1)-3$

1. 1　　2. $3-2\sqrt{5}$　　3. $4\sqrt{5}$　　4. 9

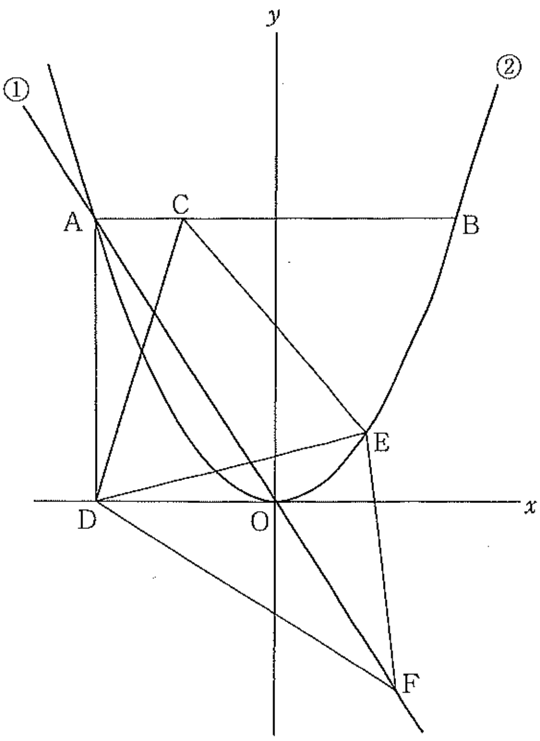
問4　右の図において，直線①は関数 $y=-\dfrac{3}{2}x$ のグラフであり，曲線②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。

点Aは直線①と曲線②との交点で，その x 座標は -4 である。点Bは曲線②上の点で，線分ABは x 軸に平行であり，点Cは線分AB上の点で AC：CB＝1：3である。

また，点Dは x 軸上の点で線分ADは y 軸に平行である。

さらに，点Eは曲線②上の点で x 座標は2である。

原点をOとするとき，次の問いに答えなさい。



(ア)　曲線②の式 $y=ax^2$ の a の値を求めなさい。

1. $a=\dfrac{1}{4}$　　2. $a=\dfrac{1}{3}$　　3. $a=\dfrac{3}{8}$

4. $a=\dfrac{1}{2}$　　5. $a=\dfrac{2}{3}$　　6. $a=\dfrac{3}{4}$

(イ)　直線CEの式を $y=mx+n$ とするときの(i) m の値と，(ii) n の値として正しいものを，それぞれ次の1～6の中から1つ選び，その番号を答えなさい。

(i)　m の値

1. $m=-\dfrac{5}{3}$　　2. $m=-\dfrac{3}{2}$　　3. $m=-\dfrac{4}{3}$

4. $m=-\dfrac{5}{4}$　　5. $m=-\dfrac{7}{6}$　　6. $m=-\dfrac{9}{8}$

(ii)　n の値

1. $n=\dfrac{7}{2}$　　2. $n=\dfrac{15}{4}$　　3. $n=4$

4. $n=\dfrac{9}{2}$　　5. $n=\dfrac{14}{3}$　　6. $n=5$

(ウ)　点Fは直線①上の点で，その x 座標は正である。三角形CDEと三角形DFEの面積が等しくなるとき，点Fの x 座標を求めなさい。

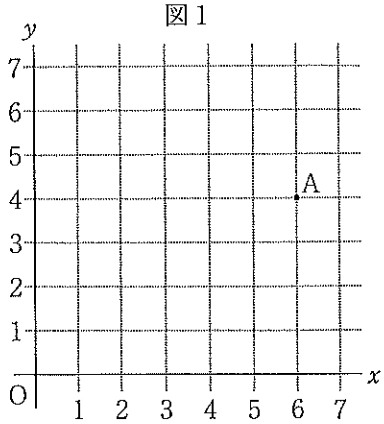
問5　右の図1において，点Aの座標は(6，4)である。

点Oは原点であり，原点Oから点(1，0)までの距離および原点Oから点(0，1)までの距離はともに1cmであるものとする。

大，小2つのさいころを同時に1回投げ，大きいさいころの出た目の数をa，小さいさいころの出た目の数をbとする。

このとき，点Pの座標を(a，0)，点Qの座標を(0，b)をし，2点P，Qを図1にかき入れることにする。

図1

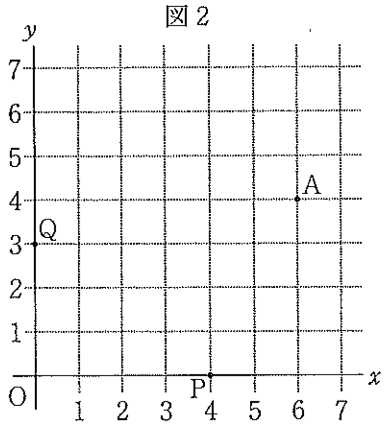


例

大きいさいころの出た目の数が4，小さいさいころの出た目の数が3のとき，a=4，b=3だから，点Pの座標は(4，0)，点Qの座標は(0，3)となり，2点P，Qを図1にかき入れる。

この結果，図2のようになる。

図2



いま，図1の状態で，大，小2つのさいころを同時に1回投げるとき，次の問いに答えなさい。ただし，大，小2つのさいころはともに，1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(ア)　線分PQの長さが5cm以下となる確率として正しいものを次の**1**～**6**の中から1つ選び，その番号を答えなさい。

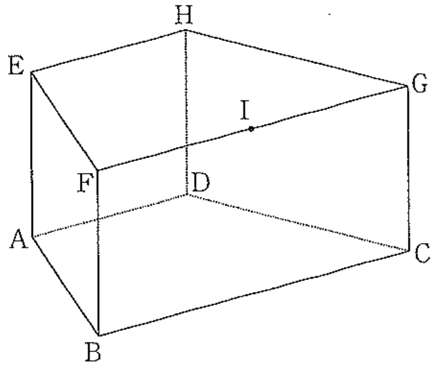
1. $\frac{1}{6}$　　**2.** $\frac{2}{9}$　　**3.** $\frac{1}{4}$　　**4.** $\frac{5}{18}$　　**5.** $\frac{4}{12}$　　**6.** $\frac{5}{12}$

(イ)　三角形APQの面積が12cm^2となる確率を求めなさい。

問6　右の図は，AD//BC，AD＝4 cm，BC＝8 cm，CD＝5 cm，∠ABC＝90° の台形 ABCD を底面とし，AE＝BF＝CG＝DH を高さとする四角柱であり，四角形 ADHE は正方形である。また，点 I は辺 FG の中点である。

このとき，次の問いに答えなさい。

図1



(ア)　この四角柱の体積として正しいものを次の **1**～**6** の中から1つ選び，その番号を答えなさい。

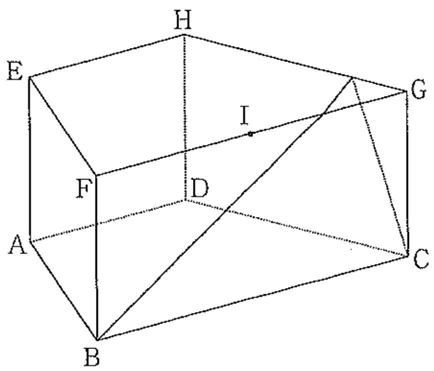
1.　48 cm^3　　**2.**　64 cm^3　　**3.**　72 cm^3

4.　84 cm^3　　**5.**　96 cm^3　　**6.**　144 cm^3

(イ)　3点 B，I，E を結んでできる三角形 BIE の面積として正しいものを次の **1**～**6** の中から1つ選び，その番号を答えなさい。

(ウ)　この四角柱の表面上に，図2のように，点 B から辺 FG，辺 HG と交わるように点 C まで線を引く。このような線のうち，長さが最も短くなるように引いた線の長さを求めなさい。

図2



(問題は，これで終わりです。)

数学 ＜解答と解説＞

解答

問１	(ア) 4　(イ) 2　(ウ) 2　(エ) 3　(オ) 1
問２	(ア) 3　(イ) 4　(ウ) 2　(エ) 2　(オ) 3　(カ) 4
問３	(ア)(i)(a) 4　(b) 1　(ii) $\frac{9}{5}$(cm)　(イ) 1，4 (ウ) S：T＝5：3　(エ)(i) $x^2=10(12-x)-1$　(ii) 75
問４	(ア) 3　(イ)(i) 6　(ii) 2　(ウ) $\frac{18}{7}$
問５	(ア) 6　(イ) $\frac{11}{36}$
問６	(ア) 3　(イ) 6　(ウ) $4\sqrt{10}$(cm)

配点

問１　各３点×5＝15点

問２　各４点×6＝24点

問３　(ア)(i)各２点×2＝4点，(ア)(ii)4点
その他各５点×3＝15点
(エ)(i)が正しく記述されていて３点
(エ)(ii)(i)に基づき(ii)が正しく記述されていて２点
((イ)完答)　計23点

問４　(ア)4点
その他各５点×2＝10点
((イ)完答)　計14点

問５　各５点×2＝10点

問６　(ア)4点
その他各５点×2＝10点
計14点

合計100点

問１　数・式の計算

(ア) $4-(-11)=4+11=15$

(イ) $72x^2y\div(-4x)=-\frac{72x^2y}{4x}=-18xy$

(ウ) $\sqrt{96}+\frac{36}{\sqrt{6}}=4\sqrt{6}+\frac{36\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=4\sqrt{6}+\frac{36\sqrt{6}}{6}=4\sqrt{6}+6\sqrt{6}=10\sqrt{6}$

(エ) $\frac{x+2}{4}-\frac{2x-3}{5}=\frac{5(x+2)-4(2x-3)}{20}=\frac{5x+10-8x+12}{20}=\frac{-3x+22}{20}$

(オ) $\sqrt{5}+1=\mathrm{A}$ と置くと，$(\sqrt{5}+1)^2-2(\sqrt{5}+1)-3=\mathrm{A}^2-2\mathrm{A}-3=(\mathrm{A}-3)(\mathrm{A}+1)$，Aを戻して，

$(\mathrm{A}-3)(\mathrm{A}+1)=\{(\sqrt{5}+1)-3\}\{(\sqrt{5}+1)+1\}=(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)=5-4=1$

問２　単問集合

(ア) $\begin{cases} ax-by=-1\cdots① \\ bx+ay=8\quad\cdots② \end{cases}$

①，②に $x=-2$，$y=1$ を代入して，

$\begin{cases} -2a-b=-1\cdots③ \\ a-2b=8\quad\cdots④ \end{cases}$

③＋④×2より，
$$\begin{array}{r} -2a-b=-1 \\ +)\ 2a-4b=16 \\ \hline -5b=15 \end{array}$$

$b=-3\cdots⑤$

⑤を④に代入して，$a-2\times(-3)=8$ より，$a=2$

(イ) 2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解の公式

$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ に，

$a=1$，$b=-3$，$c=-6$ を代入して，

$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times1\times(-6)}}{2\times1}$

$=\frac{3\pm\sqrt{9+24}}{2}$

$=\frac{3\pm\sqrt{33}}{2}$

(ウ)　$y=-\frac{3}{4}x^2$ に $x=2$ を代入して $y=-\frac{3}{4}\times 2^2=-3$，$x=6$ を代入して $y=-\frac{3}{4}\times 6^2=-27$，

よって，変化の割合 $=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\frac{-27-(-3)}{6-2}=-6$

(エ)　$\sqrt{59}$ の範囲は，$7<\sqrt{59}<8$ より，$\sqrt{59-2n}$ は 8 より小さい整数になります。

$\sqrt{59-2n}=1$ のとき，$59-2n=1$ より，$n=29$，

$\sqrt{59-2n}=2$ のとき，$59-2n=4$ より，n にあてはまる自然数はありません，

$\sqrt{59-2n}=3$ のとき，$59-2n=9$ より，$n=25$，

$\sqrt{59-2n}=4$ のとき，$59-2n=16$ より，n にあてはまる自然数はありません，

$\sqrt{59-2n}=5$ のとき，$59-2n=25$ より，$n=17$，

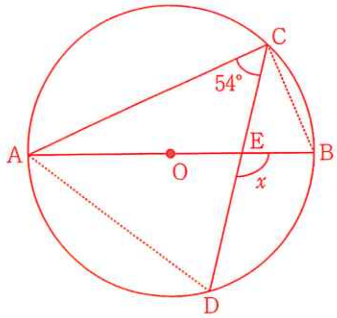
$\sqrt{59-2n}=6$ のとき，$59-2n=36$ より，n にあてはまる自然数はありません，

$\sqrt{59-2n}=7$ のとき，$59-2n=49$ より，$n=5$，

よって，n にあてはまる自然数は，5，17，25，29 の 4 個です。

(オ)　球は相似な立体です。半径が 2 cm と 4 cm であるから，相似比は $2:4=1:2$ です。相似な立体の体積比は相似比の 3 乗に等しくなることから，$P:Q=1^3:2^3=1:8$ になります。

(カ)　右の図のように線分 AD，線分 BC を引きます。



線分 AB は円 O の直径だから，半円に対する円周角より，$\angle ACB=90°$，

よって，$\angle BCE=90-54=36°$，

$\overset{\frown}{BD}$に対する円周角より，$\angle BAD=\angle BCD=36°$，

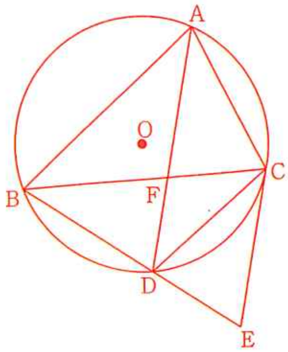
また，CA＝CD より，△ADC は二等辺三角形だから，

$\angle CDA=\angle CAD=(180-54)\div 2=63°$，

△ADE の外角はそれととなり合わない 2 つの内角の和に等しいから，$\angle x=\angle EAD+\angle ADE=36+63=99°$

問3　単問集合

(ア)(ii)　$\angle BAD=\angle DAC$…①，



$\overset{\frown}{BD}$に対する円周角より，$\angle BAD=\angle BCD$…②

$\overset{\frown}{CD}$に対する円周角より，$\angle CAD=\angle CBD$…③，

①，②，③より，$\angle CBD=\angle BCD$，

よって，△BDC は二等辺三角形になるから，CD＝BD＝3 cm，

(i)より，△ABC∽△DCE だから，AB：DC＝AC：DE，

$5:3=3:DE$，$DE=3\times 3\div 5=\frac{9}{5}$(cm)

(イ)　1.　表より，最頻値は度数 6 人の階級の 2 冊です。また，20 人の中央値は 10 番目と 11 番目の生徒の平均値であり，10 番目も 11 番目も階級は 2 冊です。よって，中央値も 2 冊になります。○

2.　表より，男子で階級が 2 冊以下の度数は $1+4+6=11$(人)だから，相対度数は $11\div 20=0.55$ です。図 3 より，調査当日出席していた女子の人数は $1+5+9+7+4+2=28$(人)，このうち，2 冊以下の度数は $1+5+9=15$(人)だから，相対度数は $15\div 28=0.535$…，よって，女子の相対度数のほうが男子の相対度数より小さい。×

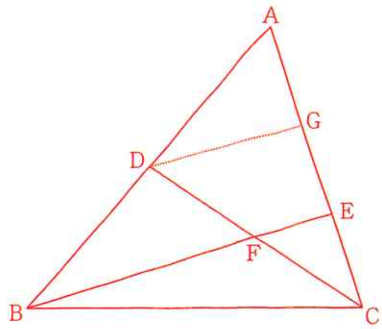
3. 表より，男子の平均値は，$(0\times1+1\times4+2\times6+3\times4+4\times3+5\times2)\div20=50\div20=2.5$(冊)，図3より，調査当日出席していた女子の平均値は，$(0\times1+1\times5+2\times9+3\times7+4\times4+5\times2)\div28=70\div28=2.5$(冊)であるから，女子の平均値は男子の平均値と等しい。×

4. 女子全員の読んだ本の平均値は男子と同じ2.5冊であるから，女子全員の読んだ本の冊数は$2.5\times30=75$(冊)，後日調査した女子2人の読んだ本の冊数は，$75-70=5$(冊)，1人が1冊であるから，もう1人は$5-1=4$(冊)です。○

5. 後日調査した女子2人を含めた度数分布表は右のようになります。よって，4冊以上の度数は$3+5+2+2=12$(人)だから，相対度数は$13\div50=0.24$です。×

本の数(冊)	男子	女子
0	1	1
1	4	6
2	6	9
3	4	7
4	3	5
5	2	2
合計	20	30

(ウ) 右の図のように，点Dより線分BEに平行な線分DGを引くと，



△ADG∽△ABEとなり，点DはABの中点なので，AD：AB＝1：2より，

AD：AB＝AG：AE＝DG：BE＝1：2であり，AE：EC＝2：1より，

AG：GE：EC＝1：1：1がわかります。

また，△CEF∽△CGDで，CE：EG＝1：1より，CE：CG＝CF：CD＝EF：GD＝1：2，

ここで，DG：BE＝1：2，EF：GD＝1：2より，EF：FB＝1：3がわかります。

△CEFの面積を$\boxed{1}$とすると，△CGDの面積は$\boxed{4}$と表せ，四角形DFEG＝△CGD－△CEF＝$\boxed{4}-\boxed{1}=\boxed{3}$となります。

次に，△ADGと△CGDは辺DGを共有しているから，面積の比はAG：CG＝1：2に等しくなることから，

△ADGの面積＝△CGD$\times\frac{1}{2}=\boxed{4}\times\frac{1}{2}=\boxed{2}$となります。

よって，四角形ADFE＝四角形DFEG＋△ADG＝$\boxed{3}+\boxed{2}=\boxed{5}$となります。また，△BCFと△CEFは辺CFを共有しているから，△BCFの面積＝△CEF×3＝$\boxed{1}\times3=\boxed{3}$と表せます。

よって，S：T＝5：3となります。

(エ) 2けたの自然数の十の位の数をxとすると，一の位の数は$12-x$となり，十の位の数の2乗はx^2，一の位の10倍は$10(12-x)$より，方程式をつくると，$x^2=10(12-x)-1$，これを解いて，$x=-17$，$x=7$より，$x=-17$は問題に適しません。$x=7$は問題に適しています。よって，2けたの自然数の十の位は7，一の位は$12-7=5$となり，2桁の自然数は75となります。

問4 2乗に比例する関数

■ 点Aは直線①上の点で$x=-4$であるから，$y=-\frac{3}{2}x$に$x=-4$を代入して，$y=6$より，A$(-4,\ 6)$，

■ 点Bは曲線②上の点で，線分ABはx軸に平行であり，点Aと点Bはy軸について対称だから，B$(4,\ 6)$

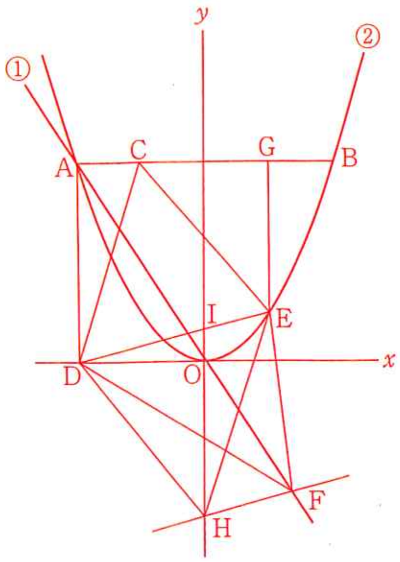
■ 線分AB$=4-(-4)=8$，AC：CB＝1：3より，AC$=8\times\frac{1}{4}=2$より，Cのx座標は$-4+2=-2$，C$(-2,\ 6)$

■ 点Dはx軸上の点で，線分ADはy軸に平行だから，点Dのx座標は点Aのx座標に等しく$x=-4$より，D$(-4,\ 0)$

(ア) 曲線②の式$y=ax^2$に点Aの座標$x=-4$，$y=6$を代入して，$6=a\times(-4)^2$より，$a=\frac{3}{8}$

(イ) 点Eは曲線②上の点だから，$y=\frac{3}{8}x^2$に$x=2$を代入して$y=\frac{3}{8}\times2^2=\frac{3}{2}$より，E$\left(2,\ \frac{3}{2}\right)$，2点C$(-2,\ 6)$，E$\left(2,\ \frac{3}{2}\right)$を通る直線の変化の割合$m=\frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}=\left(\frac{3}{2}-6\right)\div\{2-(-2)\}=-\frac{9}{2}\div4=-\frac{9}{8}$，$y=-\frac{9}{8}x+n$に点Cの座標$x=-2$，$y=6$を代入して，$6=-\frac{9}{8}\times(-2)+n$，$n=\frac{15}{4}$

(ウ) 右の図のように，点Eより，y軸に平行な線分を引き，線分ABとの交点をGとして，



△CDEの面積＝四角形ADEG－△ADC－△CEGで求めます。

点G(2, 6)だから，$GE=6-\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$，AD＝6，AG＝2－(－4)＝6より，

四角形ADEGの面積＝$(GE+AD)\times AG\times\frac{1}{2}=\left(\frac{9}{2}+6\right)\times6\times\frac{1}{2}=\frac{63}{2}$，

△ADCの面積＝$AD\times AC\times\frac{1}{2}=6\times\{-2-(-4)\}\times\frac{1}{2}=6$，

△CEGの面積＝$GE\times CG\times\frac{1}{2}=\frac{9}{2}\times\{2-(-2)\}\times\frac{1}{2}=9$より，

△CDEの面積＝$\frac{63}{2}-6-9=\frac{33}{2}$なので，△DFEの面積も$\frac{33}{2}$になります。

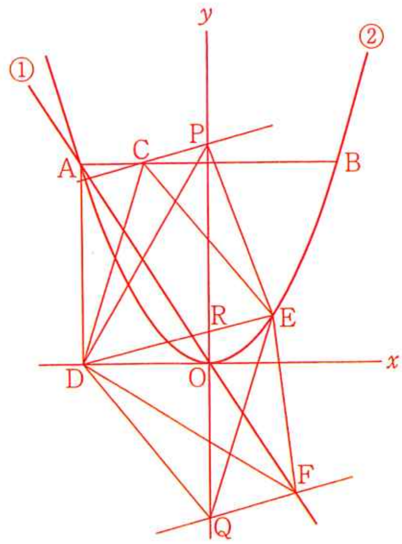
次に，△DFEは△CDEと辺DEを共有していることから，高さが等しいとき面積は等しくなります。ここで，△DFEの点Fをy軸上に移すことを考え，DE//HFとなる点Hをy軸上にとると，△DHE＝△DFEになります。2点D(－4, 0)，$E\left(2,\ \frac{3}{2}\right)$を通る直線の式を$y=ax+b$として，

変化の割合$a=\left(\frac{3}{2}-0\right)\div\{2-(-4)\}=\frac{1}{4}$より，$y=\frac{1}{4}x+b$に点Dの座標$x=-4$，$y=0$を代入して$0=\frac{1}{4}\times(-4)+b$，

$b=1$，直線DEの式は$y=\frac{1}{4}x+1$と求められ，直線DEとy軸との交点をIとすると，I(0, 1)がわかります。

△DHEの面積＝△DHI＋△EIH＝IH×(点Eと点Dのx座標との差)×$\frac{1}{2}$より，Hの座標を$(0,\ h)$として面積を表す式をつくると，$(1-h)\times\{2-(-4)\}\times\frac{1}{2}=\frac{33}{2}$，これを解いて，$h=-\frac{9}{2}$，よって$H\left(0,\ -\frac{9}{2}\right)$であり，直線HFは直線DEと平行だから，直線HFの式は$y=\frac{1}{4}x-\frac{9}{2}$と求めることができます。この直線HFと直線①の交点が点Fであるから，2本の直線の式を連立方程式として，$\frac{1}{4}x-\frac{9}{2}=-\frac{3}{2}x$，これを解いて，$x=\frac{18}{7}$と求めることができます。

〔別解〕 △CDEと△DFEは辺DEを共有しているから，高さが等しいとき面積は等しくなります。右の図のように，点Cを通り，直線DEと平行な直線を引きy軸との交点をP，同様に点Fを通り，直線DEと平行な直線を引きy軸との交点をQとして，△CDE，△DFEをそれぞれ等積変形させると，△DEP＝△CDE，△DQE＝△DFEになり，直線DEとy軸との交点をRとすると，PR＝QRのとき，△DEP＝△DQEです。ここで，直線CPの式を求めると$y=\frac{1}{4}x+\frac{13}{2}$，直線DEの式は$y=\frac{1}{4}x+1$だから，$PR=\frac{13}{2}-1=\frac{11}{2}$，



PR＝QRより，点Qのy座標は$1-\frac{11}{2}=-\frac{9}{2}$，$Q\left(0,\ -\frac{9}{2}\right)$がわかります。よって，直線QFの式は$y=\frac{1}{4}x-\frac{9}{2}$，この直線QFと直線①の交点から点Fを求めます。

問5　確率

■　大，小2つのさいころを同時に投げたときの目の出方は $6 \times 6 = 36$(通り)です。

(ア)　線分PQの長さは，直角三角形OPQの斜辺です。したがって，△OPQで，三平方の定理を使って，

$PQ^2 = OP^2 + OQ^2$ で求めることができます。$OP = a$，$OQ = b$ より，$5^2 \geqq a^2 + b^2$ を満たすさいころの目の出方は，

$(a, b) = (1, 1)$，$(1, 2)$，$(1, 3)$，$(1, 4)$，$(2, 1)$，$(2, 2)$，$(2, 3)$，$(2, 4)$，$(3, 1)$，$(3, 2)$，$(3, 3)$，$(3, 4)$，$(4, 1)$，$(4, 2)$，$(4, 3)$ の15通りです。よって，この確率は $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$ です。

(イ)　点$(6, 0)$の点をRとすると，△APQの面積＝台形AQORの面積－△APRの面積－△OPQの面積で求められます。

台形AQORの面積 $= (4+b) \times 6 \times \frac{1}{2} = 3(4+b)$，

△APRの面積 $= AR \times PR \times \frac{1}{2} = 4 \times (6-a) \times \frac{1}{2} = 2(6-a)$，

△OPQの面積 $= OP \times PQ \times \frac{1}{2} = a \times b \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}ab$ より，

△APQの面積 $= 3(4+b) - 2(6-a) - \frac{1}{2}ab = 3b + 2a - \frac{1}{2}ab$

で求められます。よって，a，b の値と三角APQの面積をまとめると右の表のようになります。

a \ b	1	2	3	4	5	6
1	4.5	7	9.5	12	14.5	17
2	6	8	10	12	14	16
3	7.5	9	10.5	12	13.5	15
4	9	10	11	12	13	14
5	10.5	11	11.5	12	12.5	13
6	12	12	12	12	12	12

(cm^2)

△APQの面積が 12 cm^2 になるのは，右の表のかげをつけた11通りです。

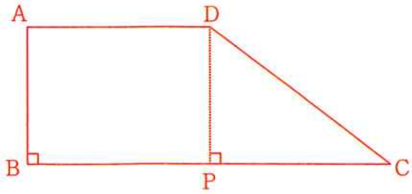
よって，この確率は $\frac{11}{36}$

〔別解〕　△APQの面積 $= 2a + 3b - \frac{1}{2}ab$ だから，$2a + 3b - \frac{1}{2}ab = 12$ より，$4a + 6b - ab - 24 = 0$，この式を因数分解すると，$4a - ab + 6b - 24 = 0$，$a(4-b) - 6(4-b) = 0$，$4 - b = M$ と置いて，$aM - 6M = 0$，$(a-6)M = 0$，Mを戻して，$(a-6)(4-b) = 0$，$a = 6$，$b = 4$ と求められます。よって，$a = 6$ または $b = 4$ のとき条件を満たします。$a = 6$ のときの目の出方は，$(6, 1)$，$(6, 2)$，$(6, 3)$，$\underline{(6, 4)}$，$(6, 5)$，$(6, 6)$ の6通り，$b = 4$ のときの目の出方は，$(1, 4)$，$(2, 4)$，$(3, 4)$，$(4, 4)$，$(5, 4)$，$\underline{(6, 4)}$ の6通りありますが，下線部の目は同じであることから，全部で，

$6 + 6 - 1 = 11$(通り)です。

問6　空間図形の関する問題

(ア)　底面ABCDの頂点Dより辺BCに垂線DPを引くと，



$AD = 4\text{ cm}$，$BC = 8\text{ cm}$ より，$PC = 4\text{ cm}$，△CDPで三平方の定理を使って，

$DP^2 = CD^2 - CP^2$ より，$DP = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3(\text{cm})$，よって，$AB = 3\text{ cm}$，

これより，求める体積 $= (4+8) \times 3 \times \frac{1}{2} \times 4 = 72(\text{cm}^3)$

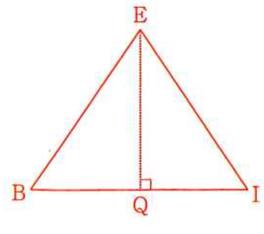
(イ)　$\triangle EFI \equiv \triangle EFB$(2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい)であり，△EFIで三平方の定理を使って，

$EI^2 = EF^2 + FI^2$，$EI = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5(\text{cm})$

また，△BIFで，$BF = FI = 4\text{ cm}$ の直角二等辺三角形になることがわかるから，$BI = 4\sqrt{2}\text{ cm}$ になります。

これらより，△BIEは $BE = IE = 5\text{ cm}$，$BI = 4\sqrt{2}\text{ cm}$ の二等辺三角形になることがわかります。

右図のように，点Eより辺BIに垂線EQを引くと，

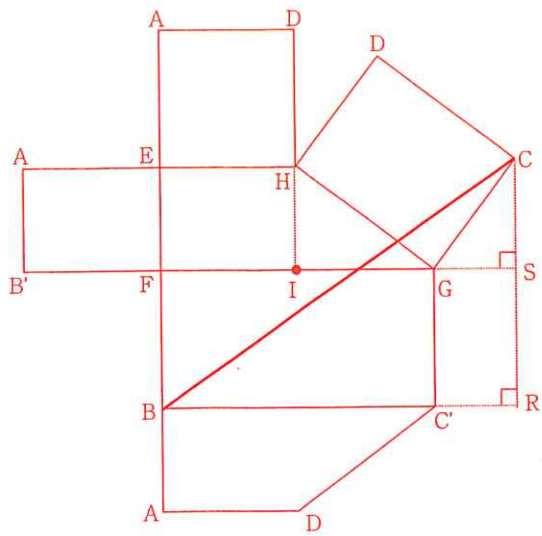


$BQ = IQ = 2\sqrt{2}\text{ cm}$，△BQEで三平方の定理を使って，

$EQ^2 = BE^2 - BQ^2$，$EQ^2 = 5^2 - (2\sqrt{2})^2$，$EQ = \sqrt{17}\text{ cm}$

よって，△EBIの面積 $= 4\sqrt{2} \times \sqrt{17} \times \frac{1}{2} = 2\sqrt{34}\ (\text{cm}^2)$

(ウ) この四角柱の展開図は右図のようになり，点Bから点Cを結ぶ最短の長さは線分BC(太線)です。



右の図のように，辺BC'をC'の方に延長した直線上に点Rを $BR \perp CR$ となるようにとり，点Gから線分CRに垂線GSを引いて考えてみます。

△GHIと△CGSにおいて，

まず，$\angle HIG = \angle GSC = 90°$ …①，

次に，3点I，G，Sは1直線上にあり，$\angle HGC = 90°$

だから，$\angle IGH + \angle CGS = 90°$ …②，

また，△CGSで，$\angle CGS + \angle SCG = 90°$ …③，

②，③より，$\angle IGH = \angle SCG$ …④

①，④より，2組の角がそれぞれ等しいから，△GHI∽△CGSがわかります。

△GHIで，HI = 3 cm，IG = 4 cm，HG = 5 cm だから，△CGSの3辺の比も 3：4：5 になります。

よって，CG = 4 cm だから，$CS = 4 \times \frac{4}{5} = \frac{16}{5}$(cm)，$GS = 4 \times \frac{3}{5} = \frac{12}{5}$(cm)

$BR = BC' + C'R = BC' + GS = 8 + \frac{12}{5} = \frac{52}{5}$(cm)，$CR = CS + RS = CS + GC' = \frac{16}{5} + 4 = \frac{36}{5}$(cm)

△BRCで三平方の定理を使って，$BC^2 = BR^2 + CR^2$ より，$BC^2 = \left(\frac{52}{5}\right)^2 + \left(\frac{36}{5}\right)^2$，

$BC = \frac{\sqrt{52^2 + 36^2}}{5} = \frac{\sqrt{4^2 \times 13^2 + 4^2 \times 9^2}}{5} = \frac{4\sqrt{13^2 + 9^2}}{5} = \frac{4\sqrt{250}}{5} = \frac{4 \times 5\sqrt{10}}{5} = 4\sqrt{10}$(cm)と求められます。