192307103

中学3年 数学 神奈川全県模試

2020年1月実施　所要時間50分

【記入上の注意】
番号はすべて、頭に0を付けて枠の桁数に合わせる
(生徒番号の例) □□1234 → 001234

公開会場使用欄
ここにＱＲコードの
シールを貼って下さい。

教科	団体コード(4桁)	教室コード(3桁)
103		

氏名	※クラス

(※クラスは先生から指示のあった生徒のみ記入)

生徒番号

0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9

□ の部分がマークシート方式による解答欄です。

注意事項

1　ＨＢまたはＢの鉛筆（シャープペンシルも可）を使用して，◯の中を塗りつぶすこと。
2　答えを直すときは，きれいに消して，消しくずを残さないこと。
3　数字や文字などを記述して解答する場合は，解答欄からはみ出さないように，はっきり書き入れること。
4　解答用紙を汚したり，折り曲げたりしないこと。
※　この解答用紙はコピーを取ったものはご利用頂けません。

良い例	悪い例
●	線　小さい　はみ出し　丸囲み　レ点　うすい

問1			
	(ア)	① ② ③ ④	1
	(イ)	① ② ③ ④	2
	(ウ)	① ② ③ ④	3
	(エ)	① ② ③ ④	4
	(オ)	① ② ③ ④	5

各３点×５＝15点

問2			
	(ア)	① ② ③ ④	6
	(イ)	① ② ③ ④	7
	(ウ)	① ② ③ ④	8
	(エ)	① ② ③ ④	9
	(オ)	① ② ③ ④	10
	(カ)	① ② ③ ④	11

(ア)(イ)各３点×２＝６点　その他各４点×４＝16点　計22点

問3			
	(ア)	＊解答欄は裏面にあります。	12
	(イ)	＊解答欄は裏面にあります。	13
	(ウ)(i)	＊解答欄は裏面にあります。	
	(ウ)(ii)	＊解答欄は裏面にあります。	14

(ア)４点　その他各５点×２＝10点（(ウ)完答）　計14点

問4			
	(ア)	① ② ③ ④ ⑤ ⑥	15
	(イ)(i)	① ② ③ ④ ⑤ ⑥	
	(イ)(ii)	① ② ③ ④ ⑤ ⑥	16
	(ウ)	＊解答欄は裏面にあります。	17

(ア)４点　その他各５点×２＝10点（(イ)完答）　計14点

問5			
	(ア)	① ② ③ ④ ⑤ ⑥	18
	(イ)	＊解答欄は裏面にあります。	19

各５点×２＝10点

問6			
	(ア)	① ② ③ ④ ⑤ ⑥	20
	(イ)	① ② ③ ④ ⑤ ⑥	21
	(ウ)	＊解答欄は裏面にあります。	22

(ア)４点　その他各５点×２＝10点　計14点

問7			
	(ア)(i)	① ② ③ ④ ⑤ ⑥	
	(ア)(ii)	① ② ③ ④ ⑤ ⑥	23
	(イ)	＊解答欄は裏面にあります。	24
	(ウ)	＊解答欄は裏面にあります。	25

(ア)２点　(イ)４点　(ウ)５点　((ア)完答)　計11点

数学

問3(ア)	∠EAF ＝ □ °	12
問3(イ)	cm	13
問3(ウ)	(i)　　(ii)	14
問4(ウ)		17
問5(イ)		19
問6(ウ)	cm	22
問7(イ)	AG：GC＝　：	24
問7(ウ)	△AGE：△DFB＝　：	25

問1　次の計算をした結果として正しいものを，それぞれあとの**1**～**4**の中から1つ選び，その番号を答えなさい。

(ア)　$(-15)-(+9)$

1.　-24　　**2.**　-6　　**3.**　6　　**4.**　24

(イ)　$\frac{3}{8}-\frac{5}{6}$

1.　$-\frac{29}{24}$　　**2.**　$-\frac{11}{24}$　　**3.**　$\frac{11}{24}$　　**4.**　$\frac{29}{24}$

(ウ)　$36a^2b^2 \div (-6ab^2)$

1.　$-3a$　　**2.**　$-3ab$　　**3.**　$-6a$　　**4.**　$-6ab$

(エ)　$\sqrt{45}+\frac{15}{\sqrt{5}}$

1.　$6\sqrt{5}$　　**2.**　$9\sqrt{5}$　　**3.**　$12\sqrt{5}$　　**4.**　$15\sqrt{5}$

(オ)　$(x+7)(x-6)-(x-5)^2$

1.　$-23x+67$　　**2.**　$-11x+17$　　**3.**　$11x-67$　　**4.**　$23x-17$

問2　次の問いに対する答えとして正しいものを，それぞれあとの1～4の中から1つ選び，その番号を答えなさい。

(ア)　$(x+3)^2-13(x+3)-30$ を因数分解しなさい。

1.　$(x-18)(x+1)$　　2.　$(x-12)(x+5)$　　3.　$(x+12)(x+1)$　　4.　$(x+18)(x+5)$

(イ)　2次方程式 $3x^2-6x-1=0$ を解きなさい。

1.　$x=\frac{-3\pm2\sqrt{3}}{3}$　　2.　$x=\frac{3\pm2\sqrt{3}}{3}$　　3.　$x=\frac{-3\pm4\sqrt{3}}{3}$　　4.　$x=\frac{3\pm4\sqrt{3}}{3}$

(ウ)　関数 $y=ax^2$ について，x の値が -5 から -2 まで増加するときの変化の割合が -4 であった。このときの a の値を求めなさい。

1.　$a=-\frac{7}{4}$　　2.　$a=-\frac{3}{4}$　　3.　$a=\frac{3}{4}$　　4.　$a=\frac{4}{7}$

(エ)　A中学校の生徒数は320人で，そのうち男子は a 人である。男子の50%と女子の20%が運動部に入っている。このとき，運動部に入っている生徒の人数を a を使った式で表しなさい。

1.　$\frac{7}{20}a$ 人　　2.　$\frac{7}{10}a$ 人　　3.　$\left(\frac{3}{10}a+64\right)$ 人　　4.　$\left(\frac{7}{10}a+64\right)$ 人

(オ)　2点A$(-4,\ 3)$，B$(2,\ -3)$の間の距離を求めなさい。ただし，原点をOとし，原点Oから点$(1,\ 0)$までの距離および原点Oから点$(0,\ 1)$までの距離を1cmとする。

1.　$2\sqrt{3}$ cm　　2.　6cm　　3.　$2\sqrt{10}$ cm　　4.　$6\sqrt{2}$ cm

(カ)　同じ大きさの白玉がたくさん入っている袋がある。この袋に，白玉と同じ大きさの赤玉90個を入れて，袋の中をよくかき混ぜたあと，袋から40個の玉を無作為に抽出したところ，その中に赤玉が6個含まれていた。はじめに袋の中に入っていた白玉の個数はおよそ何個と考えられるか。

1.　480個　　2.　510個　　3.　540個　　4.　600個

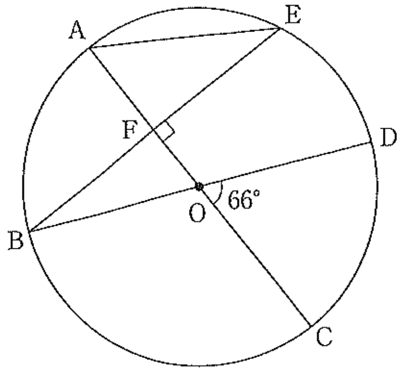
問3　次の問いに答えなさい。

(ア)　右の図1において，5点A，B，C，D，Eは円Oの周上の点で，線分AC，線分BDは円の直径である。

また，点Fは線分ACと線分BEとの交点である。

BE⊥AC，∠DOC＝66°のとき，∠EAFの大きさを求めなさい。

図1

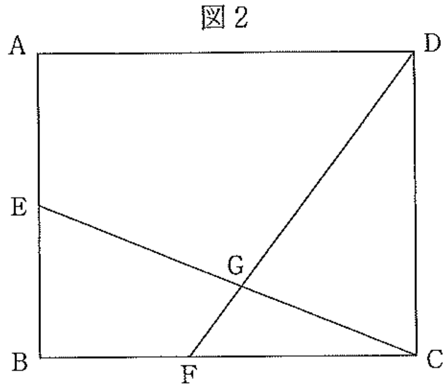


(イ)　右の図2のように，長方形ABCDがあり，辺ABの中点をEとする。

また，辺BC上に点FをBF：FC＝2：3となるようにとり，線分CEと線分DFとの交点をGとする。

AB＝8 cm，AD＝10 cmのとき，線分FGの長さを求めなさい。

図2



(ウ)　水そうAと水そうBがある。水そうAには50Lの水が入っており，毎分3Lの割合で水を抜いていく。また，水そうBには10Lの水が入っており，毎分2Lの割合で水を入れていく。

いま，この2つの水そうの作業を同時にはじめるとき，水そうAと水そうBの中の水の量が等しくなるときの水の量を次のように求めた。 (i) にあてはまる式を， (ii) にあてはまる数を，それぞれ書きなさい。

求め方

作業をはじめてから2つの水そうの中の水の量が等しくなるまでの時間をx分として方程式をつくると，

(i)

となる。

この方程式を解くと，解は問題に適しているので，

等しくなったときの水の量は (ii) Lである。

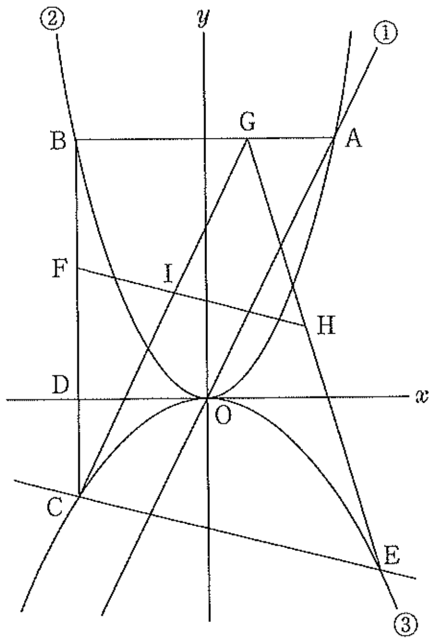
問4　右の図において，直線①は関数 $y=2x$ のグラフであり，曲線②は関数 $y=ax^2$ のグラフ，曲線③は関数 $y=-\frac{1}{4}x^2$ のグラフである。

点Aは直線①と曲線②との交点であり，その x 座標は3である。点Bは曲線②上の点で，線分ABは x 軸に平行である。

また，点Cは曲線③上の点で，線分BCは y 軸に平行であり，点Dは線分BCと x 軸との交点である。点Eは曲線③上の点で，その x 座標は4である。

さらに，点Fは線分BDの中点であり，点Gは線分AB上の点で，AG：GB＝1：2である。

原点をOとするとき，次の問いに答えなさい。



(ア)　曲線②の式 $y=ax^2$ の a の値として正しいものを次の1～6の中から1つ選び，その番号を答えなさい。

1. $a=\frac{1}{3}$
2. $a=\frac{1}{2}$
3. $a=\frac{2}{3}$
4. $a=\frac{3}{4}$
5. $a=1$
6. $a=\frac{4}{3}$

(イ)　直線CEの式を $y=mx+n$ とするときの(i) m の値と，(ii) n の値として正しいものを，それぞれ次の1～6の中から1つ選び，その番号を答えなさい。

(i)　m の値

1. $m=-\frac{4}{7}$
2. $m=-\frac{3}{7}$
3. $m=-\frac{3}{8}$
4. $m=-\frac{2}{7}$
5. $m=-\frac{1}{4}$
6. $m=-\frac{1}{8}$

(ii)　n の値

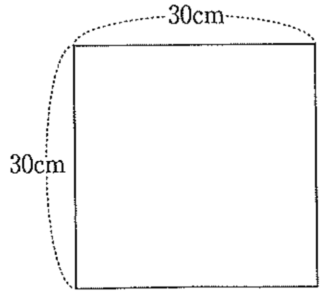
1. $n=-\frac{7}{2}$
2. $n=-3$
3. $n=-\frac{8}{3}$
4. $n=-\frac{5}{2}$
5. $n=-\frac{7}{3}$
6. $n=-2$

(ウ)　点Hは線分GE上の点であり，線分CGと線分FHとの交点をIとする。三角形CIFの面積と三角形GIHの面積が等しくなるとき，点Hの x 座標を求めなさい。

問5　右の図1のように，1辺の長さが 30 cm の正方形の紙がある。

大，小2つのさいころを同時に1回投げ，大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とする。出た目の数によって，正方形の紙に等間隔に縦線を a 本，横線を b 本引き，正方形の紙を分割するものとする。

図1

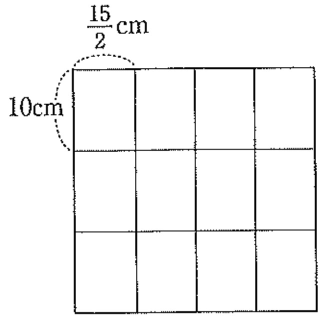


例

大きいさいころの出た目の数が3，小さいさいころの出た目の数が2のとき，$a=3$，$b=2$ だから，等間隔に縦線を3本，横線を2本引く。

この結果，正方形は図2のように，縦 10 cm，横 $\frac{15}{2}$ cm の 12 個の長方形に分割される。

図2



いま，図1の状態で，大，小2つのさいころを同時に1回投げるとき，次の問いに答えなさい。ただし，大，小2つのさいころはともに，1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(ア)　分割された四角形が正方形となる確率として正しいものを次の1～6までの中から1つ選び，その番号を答えなさい。

1. $\frac{1}{18}$　　2. $\frac{1}{12}$　　3. $\frac{1}{9}$

4. $\frac{1}{6}$　　5. $\frac{1}{4}$　　6. $\frac{1}{3}$

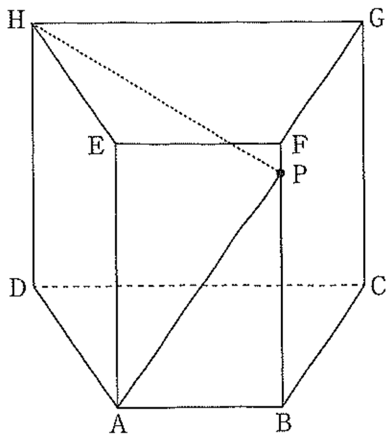
(イ)　分割された四角形の1つの面積が $70\,\mathrm{cm}^2$ より大きくなる確率を求めなさい。

問6　右の図1は，AB//DC，AB＝AD＝BC＝2cm，CD＝4cm の台形 ABCD を底面とし，AE＝BF＝CG＝DH＝$2\sqrt{3}$cm を高さとする四角柱である。

また，点 P は辺 BF 上の点である。

このとき，次の問いに答えなさい。

図1



(ア)　この四角柱の体積として正しいものを次の **1** ～ **6** の中から1つ選び，その番号を答えなさい。

1. $12\,\mathrm{cm}^3$　　**2.** $12\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^3$

3. $18\,\mathrm{cm}^3$　　**4.** $18\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^3$

5. $24\,\mathrm{cm}^3$　　**6.** $24\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^3$

(イ)　この四角柱において，線分 HP と線分 AP の長さが等しくなるとき，線分 AP の長さとして正しいものを次の **1** ～ **6** の中から1つ選び，その番号を答えなさい。

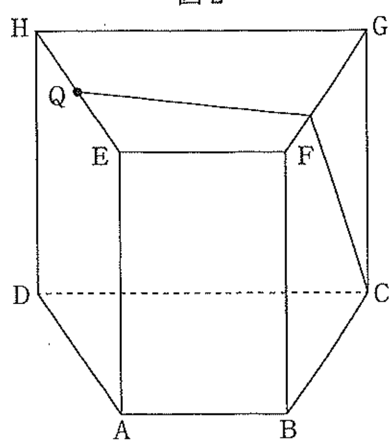
1. $\dfrac{\sqrt{71}}{3}$cm　　**2.** $\dfrac{5}{2}$cm

3. $\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$cm　　**4.** 3cm

5. $\dfrac{\sqrt{91}}{3}$cm　　**6.** $\dfrac{\sqrt{111}}{3}$cm

(ウ)　図2において，点 Q は辺 EH の中点である。この四角柱の表面上に，点 Q から辺 FG と交わるように，点 C まで線を引く。このような線のうち，長さが最も短くなるように引いた線の長さを求めなさい。

図2

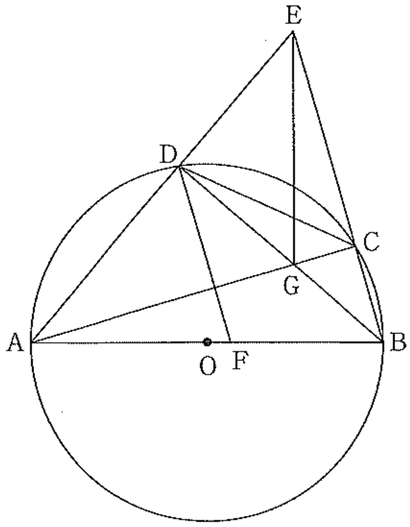


問7　右の図のように，線分 AB を直径とする円 O の周上に 2 点 A，B とは異なる点 C を，点 B を含まない $\overset{\frown}{AC}$ 上に点 D をとり，線分 BC の延長と線分 AD の延長との交点を E とする。

また，点 D を通り，線分 EB に平行な線分と線分 AB との交点を F とする。

さらに，線分 AC と線分 BD との交点を G とし，2 点 E，G を結ぶ。

このとき，次の問いに答えなさい。



(ア)　三角形 AGE と三角形 DFB が相似であることを次のように証明した。$\boxed{\quad (i) \quad}$，$\boxed{\quad (ii) \quad}$ に最も適するものをあとの **1** ～ **6** の中からそれぞれ 1 つずつ選び，その番号を答えなさい。

［証明］

△ AGE と△ DFB において，

まず，円 O について，$\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角は等しいから，

∠ CAD ＝∠ CBD　……①

DF // CB より，平行線の錯角は等しいから，

∠ FDB ＝∠ CBD　……②

①，②より，∠ CAD ＝∠ FDB

よって，∠ EAG ＝∠ BDF　……③

次に，∠ ADB，∠ ACB はそれぞれ半円の弧に対する円周角だから，

∠ ADB ＝∠ ACB ＝ 90°

また，3 点 A，D，E および 3 点 B，C，E はそれぞれ一直線上にあるから，

∠ EDB ＝ 180° －∠ ADB ＝ 90°　……④

∠ ECA ＝ 180° －∠ ACB ＝ 90°　……⑤

④，⑤より，∠ EDB ＝∠ ECA ＝ 90°

よって，∠ EDG ＝∠ ECG ＝ 90°

4 点 E，D，G，C は $\boxed{\quad (i) \quad}$ を直径とする円の周上にあることがわかるので，この円について，

$\overset{\frown}{DG}$ に対する円周角は等しいから，

∠ DEG ＝∠ DCG　……⑥

また，円 O について，$\overset{\frown}{DA}$ に対する円周角は等しいから，

∠ DCA ＝∠ DBA　……⑦

⑥，⑦より，∠ DEG ＝∠ DBA

よって，$\boxed{\quad (ii) \quad}$　……⑧

③，⑧より，2 組の角がそれぞれ等しいから，

△ AGE ∽△ DFB

1. 線分 CD　　2. 線分 CE　　3. 線分 EG

4. ∠ DGE ＝∠ DCE　　5. ∠ EDC ＝∠ EGC　　6. ∠ AEG ＝∠ DBF

(イ) 三角形 ABE が正三角形になるとき，AG : GC を**最も簡単な整数の比**で表しなさい。

(ウ) AB＝BE＝6 cm，AE＝8 cm のとき，三角形 AGE の面積と三角形 DFB の面積の比を**最も簡単な整数の比**で表しなさい。

(問題は，これで終わりです。)

数学 ＜解答と解説＞

解答

問1	(ア) 1　(イ) 2　(ウ) 3　(エ) 1　(オ) 3
問2	(ア) 2　(イ) 2　(ウ) 4　(エ) 3　(オ) 4　(カ) 2
問3	(ア) ∠EAF＝57°　(イ) $\frac{30}{13}$(cm) (ウ)(i) $50-3x=10+2x$　(ii) 26
問4	(ア) 3　(イ)(i) 5　(ii) 2　(ウ) $\frac{16}{7}$
問5	(ア) 4　(イ) $\frac{1}{3}$
問6	(ア) 3　(イ) 6　(ウ) $\sqrt{43}$(cm)
問7	(ア)(i) 3　(ii) 6 (イ) AG：GC＝2：1　(ウ) △AGE：△DFB＝16：5

配点

問1	各3点×5＝15点	
問2	(ア)(イ)各3点×2＝6点 その他各4点×4＝16点	計22点
問3	(ア)4点　その他各5点×2＝10点 ((ウ)完答)	計14点
問4	(ア)4点　その他各5点×2＝10点 ((イ)完答)	計14点
問5	各5点×2＝10点	
問6	(ア)4点　その他各5点×2＝10点	計14点
問7	(ア)2点 (イ)4点 (ウ)5点 ((ア)完答)	計11点
		合計100点

問1　数・式の計算

(ア)　$(-15)-(+9)=-15-9=-24$

(イ)　$\frac{3}{8}-\frac{5}{6}=\frac{9}{24}-\frac{20}{24}=-\frac{11}{24}$

(ウ)　$36a^2b^2\div(-6ab^2)=-\frac{36a^2b^2}{6ab^2}=-6a$

(エ)　$\sqrt{45}+\frac{15}{\sqrt{5}}=3\sqrt{5}+\frac{15\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=3\sqrt{5}+\frac{15\sqrt{5}}{5}=3\sqrt{5}+3\sqrt{5}=6\sqrt{5}$

(オ)　$(x+7)(x-6)-(x-5)^2=x^2+x-42-(x^2-10x+25)=x^2+x-42-x^2+10x-25=11x-67$

問2　単問集合

(ア)　$x+3$ を M とおくと，$(x+3)^2-13(x+3)-30=M^2-13M-30=(M-15)(M+2)$，$M$ をもどして，

$(M-15)(M+2)=(x+3-15)(x+3+2)=(x-12)(x+5)$

(イ)　2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解の公式 $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ に $a=3$，$b=-6$，$c=-1$ を代入して，

$x=\frac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4\times3\times(-1)}}{2\times3}=\frac{6\pm\sqrt{36+12}}{6}=\frac{6\pm\sqrt{48}}{6}=\frac{6\pm4\sqrt{3}}{6}=\frac{3\pm2\sqrt{3}}{3}$

(ウ)　$y=ax^2$ に $x=-5$ を代入して $y=25a$，$x=-2$ を代入して $y=4a$　(変化の割合)$=\frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$ より，

x の増加量$=-2-(-5)=3$，y の増加量$=4a-25a=-21a$ だから，$\frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}=\frac{-21a}{3}=-7a$，

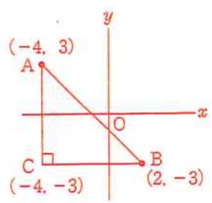
よって，$-7a=-4$ より，$a=\frac{4}{7}$

(エ)　男子の人数が a 人であるから，女子の人数は $(320-a)$ 人，よって，

$a\times\frac{50}{100}+(320-a)\times\frac{20}{100}=\frac{1}{2}a+64-\frac{1}{5}a=\frac{3}{10}a+64$(人) より，$\left(\frac{3}{10}a+64\right)$人と表されます。

(オ)　右の図のように，線分 AB を斜辺とする直角三角形 ABC をつくり，三平方の定理を使って，$AB^2=BC^2+AC^2=|2-(-4)|^2+|3-(-3)|^2=6^2+6^2=36+36=72$，

よって，AB＞0 より，AB＝$6\sqrt{2}$ cm となります。



(カ)　袋の中に入っていた白玉の個数を x 個とすると，$(x+90):90=40:6$ より，

$x=510$　よって，はじめに袋の中に入っていた白玉は510個と考えられます。

問3　単問集合

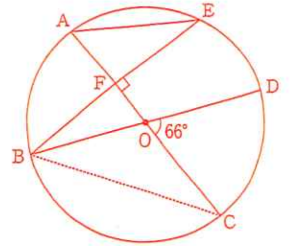
(ア)　線分 BC を引く。

△BOF で，対頂角は等しいから，∠BOF＝∠COD＝66° より，

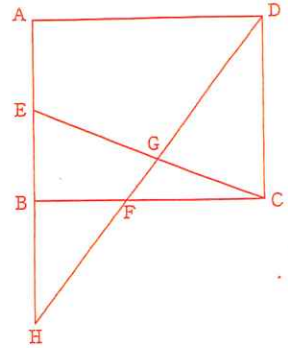
∠OBF＝180°−90°−66°＝24°，$\overset{\frown}{CD}$ に対する中心角と円周角の関係より，

∠CBO＝$\frac{1}{2}$×66°＝33°，求める∠EAF は $\overset{\frown}{CE}$ の円周角だから，

∠EAF＝∠EBC＝∠OBF＋∠CBO＝24°＋33°＝57° となります。



(イ)　右の図のように，辺 AB の延長と線分 DF の延長との交点を H とする。



BF：FC＝2：3 より，BF＝$10\times\frac{2}{5}=4$(cm)，FC＝10−4＝6(cm)。

△FCD で三平方の定理を使って，$FD^2=FC^2+DC^2=6^2+8^2=100$，

FD＞0 より，FD＝10cm，次に，△FCD ∽△FBH で，FC：FB＝3：2

だから，FD：FH＝3：2，10：FH＝3：2，FH＝$\frac{20}{3}$cm より，

DH＝DF＋FH＝$10+\frac{20}{3}=\frac{50}{3}$(cm)，また，CD：BH＝3：2 だから，

8：BH＝3：2，BH＝$\frac{16}{3}$cm，△CDG ∽△EHG で，

CD：EH＝CD：(EB＋BH)＝8：$\left(4+\frac{16}{3}\right)$＝6：7，よって，

DG：HG＝6：7 より，DG＝DH×$\frac{6}{13}=\frac{50}{3}\times\frac{6}{13}=\frac{100}{13}$(cm)，

FG＝FD−DG＝$10-\frac{100}{13}=\frac{30}{13}$(cm) となります。

(ウ)　作業をはじめてから x 分後の水そう A の水の量は $(50-3x)$L，水そう B の水の量は $(10+2x)$L と表されます。

よって，2つの水そうの水の量が等しくなるときの方程式をつくると，$50-3x=10+2x$，これを解いて，$x=8$，

したがって，水を入れはじめてから8分後の水の量は，$50-3\times8=26$(L) と求められます。

問4　2乗に比例する関数

■　直線①の式 $y=2x$ に $x=3$ を代入して，$y=6$，A(3，6)

■　点 B は点 A と y 軸について対称だから，B(−3，6) より，AB＝3−(−3)＝6，AG：GB＝1：2 より，

AG＝$6\times\frac{1}{3}$＝2，よって，点 G の x 座標は 3−2＝1，G(1，6)

■　線分 BC は y 軸に平行だから，点 C の x 座標は−3，D(−3，0)

■　点 F は線分 BD の中点だから，y 座標は，6÷2＝3，よって，F(−3，3)

■　曲線③の式 $y=-\frac{1}{4}x^2$ に $x=-3$ を代入して $y=-\frac{9}{4}$ より，C$\left(-3,\ -\frac{9}{4}\right)$，同様に $x=4$ を代入して

$y=-4$ より，E(4，−4)

(ア)　曲線②の式 $y=ax^2$ に点 A(3，6) を代入して，$6=9a$ より，$a=\frac{2}{3}$ です。

(イ)　直線 CE の式 $y=mx+n$ の m は，$\frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$ と表せます。C$\left(-3,\ -\frac{9}{4}\right)$，E(4，−4) より，$x$ の増加量は

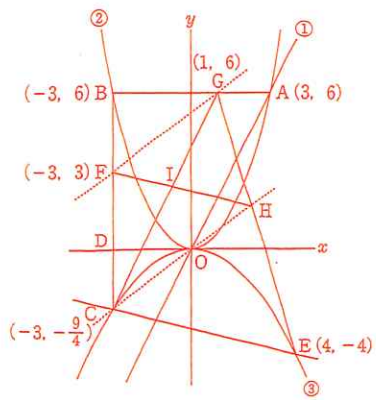
$4-(-3)=7$，y の増加量は $-4-\left(-\frac{9}{4}\right)=-\frac{7}{4}$ だから，$m=-\frac{7}{4}\div7=-\frac{1}{4}$ となり，$y=mx+n$ に $m=-\frac{1}{4}$，

$x=4$，$y=-4$ を代入して，$-4=-\frac{1}{4}\times4+n$，$n=-3$ となります。

(ウ)　△CIF の面積と△GIH の面積が等しくなるのは：FG∥CH となるときです。2点 F$(-3,\ 3)$，G$(1,\ 6)$ を通る直線の変化の割合は，$\dfrac{6-3}{1-(-3)}=\dfrac{3}{4}$．よって，平行な直線の変化の割合は等しいので，直線 CH の式は $y=\dfrac{3}{4}x+b$ と表され，点 C の座標である $x=-3$，$y=-\dfrac{9}{4}$ を代入して，

$-\dfrac{9}{4}=\dfrac{3}{4}\times(-3)+b$，$b=0$．よって，直線 CH の式は

$y=\dfrac{3}{4}x$ となります。



また，点 H は直線 GE 上にあるから，2点 G$(1,\ 6)$，E$(4,\ -4)$ を通る直線の変化の割合は，$\dfrac{-4-6}{4-1}=-\dfrac{10}{3}$．よって，直線 GE の式は $y=-\dfrac{10}{3}x+c$ と表され，点 G の座標である $x=1$，$y=6$ を代入して，$6=-\dfrac{10}{3}\times1+c$，$c=\dfrac{28}{3}$ より，直線 GE の式は $y=-\dfrac{10}{3}x+\dfrac{28}{3}$ と求められます。点 H は直線 CH と直線 GE との交点だから，2つの直線の式を連立方程式として解いて，$\dfrac{3}{4}x=-\dfrac{10}{3}x+\dfrac{28}{3}$ より，$x=\dfrac{16}{7}$ と求められます。

(別解)　△CIF の面積と△GIH の面積が等しいことから，△BCG の面積と四角形 BFHG の面積が等しくなります。

(△BCG の面積)$=\dfrac{1}{2}\times$BC$\times$GB$=\dfrac{1}{2}\times\left|6-\left(-\dfrac{9}{4}\right)\right|\times|1-(-3)|=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{33}{4}\times4=\dfrac{33}{2}$ になります。

一方，点 H は直線 GE 上にあるから，点 H の x 座標を k として，直線 GE の式 $y=-\dfrac{10}{3}x+\dfrac{28}{3}$ に代入すると $y=-\dfrac{10}{3}k+\dfrac{28}{3}$ より，H$\left(k,\ -\dfrac{10}{3}k+\dfrac{28}{3}\right)$ と表されます。

(四角形 BFHG の面積)$=$(△BFH の面積)$+$(△BHG 面積)，(△BFH の面積)$=\dfrac{1}{2}\times$BF$\times$(点 H と点 F の x 座標の差)$=\dfrac{1}{2}\times(6-3)\times|k-(-3)|=\dfrac{3k+9}{2}$，(△BHG の面積)$=\dfrac{1}{2}\times$BG$\times$(点 G と点 H の y 座標の差)$=\dfrac{1}{2}\times|1-(-3)|\times\left|6-\left(-\dfrac{10}{3}k+\dfrac{28}{3}\right)\right|=\dfrac{20k-20}{3}$ と表されるから，(四角形 BFHG の面積)$=$

$\dfrac{3k+9}{2}+\dfrac{20k-20}{3}=\dfrac{49k-13}{6}$，$\dfrac{49k-13}{6}=\dfrac{33}{2}$ より，$k=\dfrac{16}{7}$　よって，点 H の x 座標は $\dfrac{16}{7}$ と求められます。

問5　確率

■　大，小2つのさいころの目の出方は，$6\times6=36$(通り)です。

(ア)　$a=b$ のとき，正方形に分割されるから，$(a,\ b)$ の目の出方は，(1，1)，(2，2)，(3，3)，(4，4)，(5，5)，(6，6) の6通りです。よって，求める確率は，$\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$ となります。

(イ)　2つのさいころの目の出方と分割された四角形の面積は，右の表のようになります。面積が 70cm^2 以上になるのは表中の◯で囲んだ12通りになります。

よって，求める確率は，$\dfrac{12}{36}=\dfrac{1}{3}$ となります。

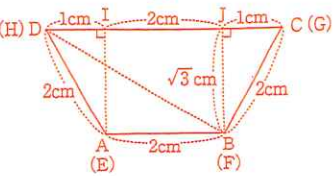
a \ b		1	2	3	4	5	6
	分割された四角形の1辺の長さ(cm)	15	10	$\frac{15}{2}$	6	5	$\frac{30}{7}$
1	15	225	150	$\frac{225}{2}$	90	75	$\frac{450}{7}$
2	10	150	100	75	60	50	$\frac{300}{7}$
3	$\frac{15}{2}$	$\frac{225}{2}$	75	$\frac{225}{4}$	45	$\frac{75}{2}$	$\frac{225}{7}$
4	6	90	60	45	36	30	$\frac{180}{7}$
5	5	75	50	$\frac{75}{2}$	30	25	$\frac{150}{7}$
6	$\frac{30}{7}$	$\frac{450}{7}$	$\frac{300}{7}$	$\frac{225}{7}$	$\frac{180}{7}$	$\frac{150}{7}$	$\frac{900}{49}$

面積の単位(cm^2)

問6　空間図形

(ア)　(四角柱の体積)$=$(底面積)$\times$(高さ)で求めます。右の図1のように，底面は AD$=$BC の等脚台形であり，2点 A，B より辺 CD に垂線 AI，BJ を引くと，IJ$=$AB$=2$cm，また，△AID$\equiv$△BJC より，ID$=$JC$=$(CD$-$IJ)$\div2=(4-2)\div2=1$(cm) になります。

図1



△ADI で三平方の定理を使って，AD$^2=$AI$^2+$DI^2．

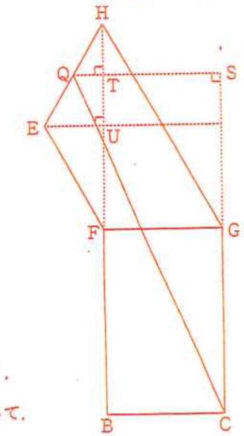
AI$^2=2^2-1^2=4-1=3$，AI>0 より，AI$=\sqrt{3}$cm．よって，

(四角柱の体積)$=\dfrac{1}{2}\times(4+2)\times\sqrt{3}\times2\sqrt{3}=18\,(\text{cm}^3)$ と求められます。

(イ)　BP$=x$cm とすると，PF$=(2\sqrt{3}-x)$cm，△ABP で三平方の定理を使って，AP$^2=$AB$^2+$BP$^2=2^2+x^2$．また，△HPF で三平方の定理を使って，HP$^2=$PF$^2+$FH^2 であり，FH を斜辺とする直角三角形を考えると，図1より FH$^2=3^2+(\sqrt{3})^2$　よって，HP$^2=$PF$^2+$FH$^2=(2\sqrt{3}-x)^2+3^2+(\sqrt{3})^2$，AP$^2=$HP^2 より，$2^2+x^2=(2\sqrt{3}-x)^2+3^2+(\sqrt{3})^2$．これを解くと，$x=\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$ より，BP$=\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$cm．したがって，△ABP で三平方の定理を使って，AP$^2=$AB$^2+$BP$^2=2^2+\left(\dfrac{5\sqrt{3}}{3}\right)^2=\dfrac{111}{9}$，AP$>0$ より，AP$=\dfrac{\sqrt{111}}{3}$cm となります。

(ウ)　表面を通る2点間の最短の長さは，展開図で考えます。

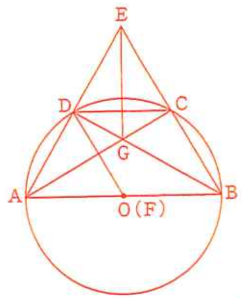
図2



最も短くなるように引いた線は線分 QC であり，線分 QC が通る面の展開図は，右の図2のようになるので，線分 QC を斜辺とする直角三角形 CSQ をつくります。図1の△AID で，3辺の長さの比が $1:2:\sqrt{3}$ になることから，∠ADI$=60°$，∠DAB$=30°+90°=120°$ が求められます。よって，右の図2の∠HEF$=120°$，EH$=$EF$=2$cm より，△EFH は二等辺三角形であるから，∠EHF$=$∠EFH$=30°$，線分 HF と線分 QS との交点を T，点 E から線分 HF に垂線をひき，その交点を U とすると，△HQT と△HEU は $30°$，$60°$，$90°$ の特別な直角三角形となるから，HQ$=1$cm より，QT$=\dfrac{1}{2}$cm だから，QS$=\dfrac{1}{2}+2=\dfrac{5}{2}$(cm)．また，HT$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$cm，HU$=\sqrt{3}$cm だから，SG$=HF-HT=2\sqrt{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$(cm) より，SC$=SG+GC=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}+2\sqrt{3}=\dfrac{7\sqrt{3}}{2}$(cm)．よって，△CSQ で三平方の定理を使って，QC$^2=$SC$^2+$QS$^2=\left(\dfrac{7\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\dfrac{5}{2}\right)^2=43$，QC$>0$ だから，QC$=\sqrt{43}$cm となります。

問7　図形の証明に関する問題

(イ)　△ABE が正三角形となるとき，右の図のようになり，点 O と点 F は重なります。∠ACB$=$∠ADB$=90°$ より，正三角形 ABE において，点 A から辺 BE に引いた垂線 AC は線分 BE を2等分するから，BC$=$EC…①，同様に，点 B から辺 AE に引いた垂線 BD は線分 AE を2等分するから，ED$=$AD…②，①，②より，2点 C，D はそれぞれ辺 BE，AE の中点であるから，中点連結定理より，DC∥AB，DC$=\dfrac{1}{2}$AB となります。よって，DC∥AB より，△DGC∽△BGA となり，AG：GC$=$AB：CD$=2:1$ と求められます。



(ウ) AB＝BE より，△ABE が二等辺三角形のとき，点 O と点 F は重なる。$\angle ADB = 90°$ だから，点 D は辺 AE の中点となり，AD＝ED＝4 cm になります。△ABD で三平方の定理を使って，$AB^2 = AD^2 + DB^2$ より，$DB^2 = 6^2 - 4^2 = 20$，DB＞0 より，$DB = 2\sqrt{5}$ cm と求められます。

よって，△AGE と△DFB において，(ア)より，△AGE ∽△DFB で，対応する辺の比は，AE：DB＝8：$2\sqrt{5}$ だから，面積の比は，

$8^2 : (2\sqrt{5})^2 = 64 : 20 = 16 : 5$ と求められます。