

数学 | 1. 式の計算①

輝く自分の未来のために、自分を磨け！

高1 (底石)

1. 式の計算① 展開

「輝く自分の未来のために、自分を磨け！！」

1 (1) 次の計算をせよ。

(ア) $x^4 \cdot x^5$

(イ) $(a^3)^2$

(ウ) $(-2xy^2)^3$

(2) 次の積を展開せよ。

(ア) $(3x+5y)^2$

(イ) $(2a+3b)(a-2b)$

2 次の(1)は計算をせよ。(2)～(6)は式を展開せよ。

(1) $2a^2b \times (-3ab)^2 \times (-a^2b^2)^3$

(2) $(x^3+x-3)(x^2-2x+2)$

(3) $(6x-7y)(3x+2y)$

(4) $(3-2a)(4a^2+6a+9)$

(5) $(2a+c-b)(2a+b-c)$

(6) $(x^2-3x+6)(2x^2-6x-5)$

3 (1) $2x^2-3x+1$ との和が x^2+2x になる式を求めよ。

(2) $5x^2-2xy+y^2$ から引くと $8x^2-5xy+5y^2$ になる式を求めよ。

4 次の単項式の係数と次数をいえ。また、[]内の文字に着目するとどうか。

(1) $2abx^2$ [x]

(2) $-6xyz^2$ [yとz]

(3) $-a^3bc$ [aとc]

5 次の式を、 x について降べきの順に整理せよ。

(1) x^2-2x^3-3x+5

(2) $3xy-x^2+y^2-2x-y+6$

6 次の式を展開せよ。

(1) $(a^2+2b)^2$

(2) $(3a-4b)^2$

(3) $(3x-4y)(5y+4x)$

(4) $(x+2y)^2(x-2y)^2$

(5) $(3a-b)(9a^2+3ab+b^2)$

(6) $(4x+3y)(16x^2-12xy+9y^2)$

(7) $(-m+2n)^3$

1. 式の計算① 展開 「輝く自分の未来のために、自分を磨け！！」

7 次の式を展開せよ。

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| (1) $(2x - 3y)^2$ | (2) $(2x - 3)(2x + 3)$ |
| (3) $(p - 7)(p + 6)$ | (4) $(2x + 3y)(3x - 4y)$ |
| (5) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$ | (6) $(a - 3)(a^2 + 3a + 9)$ |
| (7) $(2x + 3)^3$ | (8) $(3x - 2y)^3$ |

8 次の式を展開せよ。

- | | |
|----------------------------------|----------------------------------|
| (1) $(a + b - c)^2$ | (2) $(x^2 + x + 2)(x^2 + x - 3)$ |
| (3) $(x - 2y + 3z)(x + 2y - 3z)$ | |

9 次の式を展開せよ。

- | | |
|------------------------------------|--------------------------------------|
| (1) $(x - y + z)^2$ | (2) $(2a + 3b - 5c)^2$ |
| (3) $(x^2 + 3x - 2)(x^2 + 3x + 3)$ | (4) $(a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1)$ |
| (5) $(x + y + z)(x - y - z)$ | (6) $(2x^2 - 3x + 4)(3 + 3x - 2x^2)$ |

10 次の式を展開せよ。

- | | |
|---|---------------------------------------|
| (1) $(x + 1)(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)^2$ | (2) $(a - b)^3(a + b)^3(a^2 + b^2)^3$ |
|---|---------------------------------------|

11 次の式を展開せよ。

- | | |
|---------------------------------------|--|
| (1) $(x - y)^2(x + y)^2(x^2 + y^2)^2$ | (2) $(x + 1)(x - 1)(x - 2)(x - 4)$ |
| ☆(3) $(a - b + c)^2(a + b - c)^2$ | ☆(4) $(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$ |
| ☆(5) $(a - 1)^3(a^2 + a + 1)^3$ | ☆(6) $(x - 1)(x^4 + 1)(x^3 + x^2 + x + 1)$ |

12 ☆次の式を展開せよ。

- | |
|--|
| (1) $(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)(x^4 - x^2y^2 + y^4)$ |
| (2) $(x - 3y)(x + 3y)(x^2 + 3xy + y^2)(x^2 - 3xy + y^2)$ |

- [13] $(a^4 - 2a^3b - 3a^2b^2 - b^4)(a^3 + 4a^2b - ab^2 + 3b^3)$ を展開したときの、 a^4b^3 および a^2b^5 の係数を求めよ。

- [14] 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2 + 13x + 30$	(2) $x^2 - 13x + 30$	(3) $x^2 + 7x - 30$
(4) $2x^2 + 5x + 3$	(5) $2x^2 - 5x + 3$	(6) $6x^2 - xy - 12y^2$
(7) $3ax^2 + (6 - a^2)x - 2a$		

- [15] 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2 + 4x + 3$	(2) $x^2 + 6xy + 8y^2$	(3) $x^2 - 8x - 9$
(4) $x^2 + 5xy - 14y^2$	(5) $3x^2 - 10x + 3$	(6) $3x^2 + 4x + 1$
(7) $6a^2 - ab - b^2$	(8) $3a^2 + 5a - 2$	(9) $6p^2 + 7pq - 3q^2$
(10) $abx^2 - (b^2 - a^2)x - ab$		

1. 式の計算① 展開 「輝く自分の未来のために、自分を磨け！！」

[16] [宿題] 適当な公式を用いて、次の式を展開せよ。

$$(1) (a+1)^3 \quad (2) (a+3b)^3 \quad (3) (2a-1)^3 \quad (4) (-3a+2b)^3$$

[17] [宿題] 次の式を展開せよ。

$$\begin{array}{lll} (1) (3x-5y)(5y+3x) & (2) (-2x+3y)^2 & (3) (x+3)(x+4) \\ (4) (x-4y)(x-2y) & (5) (2x+3)(x-4) & (6) (3a-2)^3 \\ (7) (3a-4b)(9a^2+12ab+16b^2) \end{array}$$

[18] [宿題] 次の式を展開せよ。

$$\begin{array}{ll} (1) (2a+b)^2(2a-b)^2 & (2) (2x-y)^3(2x+y)^3 \\ (3) (x-2)(x+2)(x^2+4) & (4) (a^2-a+1)(a^2-a-1) \\ (5) (x+y-3z)(x-y+3z) & (6) (a^2-ab+2b^2)(a^2+ab+2b^2) \end{array}$$

[19] [宿題] 次の式を展開せよ。

$$(1) (a-b+c)^2 \quad (2) (a-b-2c)^2$$

[20] [宿題] 次の式を因数分解せよ。

$$\begin{array}{ll} (1) 6a^2b-8ab & (2) 12m^2xy^2-4mx^2y^2+8m^3x^2 \\ (3) (a+b)x-(a+b)y & (4) (a-b)^2+c(b-a) \end{array}$$

[21] [宿題] 適当な公式を用いて、次の式を因数分解せよ。

$$\begin{array}{lll} (1) 5x^2+7x+2 & (2) 3a^2-10a+3 & (3) 4a^2+3a-27 \\ (4) 2a^2-7a-15 & (5) 3x^2+17x+10 & (6) 12x^2-25x+12 \\ (7) 5a^2+7ab-6b^2 & (8) 6x^2-xy-12y^2 \end{array}$$

1. 式の計算① 展開 「輝く自分の未来のために、自分を磨け！！」

- [1] 解答** (1) (ア) x^9 (イ) a^6 (ウ) $-8x^3y^6$
 (2) (ア) $9x^2 + 30xy + 25y^2$ (イ) $2a^2 - ab - 6b^2$
- [2] 解答** (1) $-18a^{10}b^9$ (2) $x^5 - 2x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 8x - 6$ (3) $18x^2 - 9xy - 14y^2$
 (4) $-8a^3 + 27$ (5) $4a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$ (6) $2x^4 - 12x^3 + 25x^2 - 21x - 30$
- [3] 解答** (1) $-x^2 + 5x - 1$ (2) $-3x^2 + 3xy - 4y^2$
- [4] 解答** (1) 係数 2, 次数 4 ; x に着目すると, 係数 $2ab$, 次数 2
 (2) 係数 -6 , 次数 4 ; y と z に着目すると, 係数 $-6x$, 次数 3
 (3) 係数 -1 , 次数 5 ; a と c に着目すると, 係数 $-b$, 次数 4
- [5] 解答** (1) $-2x^3 + x^2 - 3x + 5$ (2) $-x^2 + (3y - 2)x + (y^2 - y + 6)$
- [6] 解答** (1) $a^4 + 4a^2b + 4b^2$ (2) $9a^2 - 24ab + 16b^2$ (3) $12x^2 - xy - 20y^2$
 (4) $x^4 - 8x^2y^2 + 16y^4$ (5) $27a^3 - b^3$ (6) $64x^3 + 27y^3$
 (7) $-m^3 + 6m^2n - 12mn^2 + 8n^3$
- [7] 解答** (1) $4x^2 - 12xy + 9y^2$ (2) $4x^2 - 9$ (3) $p^2 - p - 42$ (4) $6x^2 + xy - 12y^2$
 (5) $x^3 + 8$ (6) $a^3 - 27$ (7) $8x^3 + 36x^2 + 54x + 27$
 (8) $27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$
- [8] 解答** (1) $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2bc - 2ca$ (2) $x^4 + 2x^3 - x - 6$
 (3) $x^2 - 4y^2 - 9z^2 + 12yz$
- [9] 解答** (1) $x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz + 2zx$
 (2) $4a^2 + 9b^2 + 25c^2 + 12ab - 30bc - 20ca$ (3) $x^4 + 6x^3 + 10x^2 + 3x - 6$
 (4) $a^4 + a^2 + 1$ (5) $x^2 - y^2 - z^2 - 2yz$ (6) $-4x^4 + 12x^3 - 11x^2 + 3x + 12$
- [10] 解答** (1) $x^7 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$ (2) $a^{12} - 3a^8b^4 + 3a^4b^8 - b^{12}$
- [11] 解答** (1) $x^8 - 2x^4y^4 + y^8$ (2) $x^4 - 6x^3 + 7x^2 + 6x - 8$
 (3) $a^4 + b^4 + c^4 - 2a^2b^2 + 6b^2c^2 - 2c^2a^2 + 4a^2bc - 4b^3c - 4bc^3$
 (4) $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ (5) $a^9 - 3a^6 + 3a^3 - 1$ (6) $x^8 - 1$
- [12] 解答** (1) $x^8 + x^4y^4 + y^8$ (2) $x^6 - 16x^4y^2 + 64x^2y^4 - 9y^6$
- [13] 解答** a^4b^3 の係数は -7 , a^2b^5 の係数は -13
- [14] 解答** (1) $(x+3)(x+10)$ (2) $(x-3)(x-10)$ (3) $(x-3)(x+10)$
 (4) $(x+1)(2x+3)$ (5) $(x-1)(2x-3)$ (6) $(2x-3y)(3x+4y)$
 (7) $(3x-a)(ax+2)$
- [15] 解答** (1) $(x+1)(x+3)$ (2) $(x+2y)(x+4y)$ (3) $(x+1)(x-9)$
 (4) $(x-2y)(x+7y)$ (5) $(x-3)(3x-1)$ (6) $(x+1)(3x+1)$
 (7) $(2a-b)(3a+b)$ (8) $(a+2)(3a-1)$ (9) $(2p+3q)(3p-q)$
 (10) $(ax-b)(bx+a)$
- [16] 解答** (1) $a^3 + 3a^2 + 3a + 1$ (2) $a^3 + 9a^2b + 27ab^2 + 27b^3$
 (3) $8a^3 - 12a^2 + 6a - 1$ (4) $-27a^3 + 54a^2b - 36ab^2 + 8b^3$

1. 式の計算① 展開 「輝く自分の未来のために、自分を磨け！！」

- [17] [解答] (1) $9x^2 - 25y^2$ (2) $4x^2 - 12xy + 9y^2$ (3) $x^2 + 7x + 12$
(4) $x^2 - 6xy + 8y^2$ (5) $2x^2 - 5x - 12$ (6) $27a^3 - 54a^2 + 36a - 8$
(7) $27a^3 - 64b^3$

- [18] [解答] (1) $16a^4 - 8a^2b^2 + b^4$ (2) $64x^6 - 48x^4y^2 + 12x^2y^4 - y^6$ (3) $x^4 - 16$
(4) $a^4 - 2a^3 + a^2 - 1$ (5) $x^2 - y^2 + 6yz - 9z^2$ (6) $a^4 + 3a^2b^2 + 4b^4$

- [19] [解答] (1) $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc + 2ca$ (2) $a^2 + b^2 + 4c^2 - 2ab + 4bc - 4ca$

- [20] [解答] (1) $2ab(3a - 4)$ (2) $4mx(3my^2 - xy^2 + 2m^2x)$ (3) $(a + b)(x - y)$
(4) $(a - b)(a - b - c)$

- [21] [解答] (1) $(x + 1)(5x + 2)$ (2) $(a - 3)(3a - 1)$ (3) $(a + 3)(4a - 9)$
(4) $(a - 5)(2a + 3)$ (5) $(x + 5)(3x + 2)$ (6) $(3x - 4)(4x - 3)$
(7) $(a + 2b)(5a - 3b)$ (8) $(2x - 3y)(3x + 4y)$

1. 式の計算① 展開 「輝く自分の未来のために、自分を磨け！！」

(解説)

[1] (1) (ア) $x^4 \cdot x^5 = x^{4+5} = x^9$

(イ) $(a^3)^2 = a^{3 \times 2} = a^6$

(ウ) $(-2xy^2)^3 = (-2)^3 x^3 (y^2)^3$
 $= -8x^3 y^{2 \times 3}$
 $= -8x^3 y^6$

(2) (ア) $(3x+5y)^2 = (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 5y + (5y)^2$
 $= 9x^2 + 30xy + 25y^2$

(イ) $(2a+3b)(a-2b) = 2 \cdot 1a^2 + [2 \cdot (-2) + 3 \cdot 1]ab + 3 \cdot (-2)b^2$
 $= 2a^2 - ab - 6b^2$

(解説)

[2] (1) $2a^2b \times (-3ab)^2 \times (-a^2b^2)^3 = 2a^2b \cdot 9a^2b^2(-a^6b^6)$
 $= \{2 \cdot 9 \cdot (-1)\}a^{2+2+6} \cdot b^{1+2+6}$
 $= -18a^{10}b^9$

(2) $(x^3+x-3)(x^2-2x+2) = x^3(x^2-2x+2) + x(x^2-2x+2) - 3(x^2-2x+2)$
 $= x^5 - 2x^4 + 2x^3 + x^3 - 2x^2 + 2x - 3x^2 + 6x - 6$
 $= x^5 - 2x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 8x - 6$

(別解)

$$\begin{array}{r} x^3 & + x & - 3 \\ \times \left(\begin{array}{r} x^2 - 2x & + 2 \\ \hline x^5 & + x^3 & - 3x^2 \end{array} \right) \\ \hline -2x^4 & -2x^2 + 6x \\ 2x^3 & + 2x - 6 \\ \hline x^5 - 2x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 8x - 6 \end{array}$$

(3) $(6x-7y)(3x+2y) = 6 \cdot 3x^2 + (6 \cdot 2y - 7y \cdot 3)x - 7 \cdot 2y^2$
 $= 18x^2 - 9xy - 14y^2$

(4) $(3-2a)(4a^2+6a+9) = -(2a-3)[(2a)^2 + 2a \cdot 3 + 3^2]$
 $= -\{(2a)^3 - 3^3\}$
 $= -(8a^3 - 27)$
 $= -8a^3 + 27$

(別解) そのまま展開すると

$$\begin{aligned} (3-2a)(4a^2+6a+9) &= 3(4a^2+6a+9) - 2a(4a^2+6a+9) \\ &= 12a^2 + 18a + 27 - 8a^3 - 12a^2 - 18a \\ &= -8a^3 + 27 \end{aligned}$$

(5) $(2a+c-b)(2a+b-c) = \{2a-(b-c)\}\{2a+(b-c)\}$
 $= (2a)^2 - (b-c)^2$
 $= 4a^2 - (b^2 - 2bc + c^2)$

1. 式の計算① 展開 「輝く自分の未来のために、自分を磨け！！」

$$= 4a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$$

$$\begin{aligned} (6) \quad (x^2 - 3x + 6)(2x^2 - 6x - 5) &= [(x^2 - 3x) + 6]\{2(x^2 - 3x) - 5\} \\ &= 2(x^2 - 3x)^2 + (-5 + 12)(x^2 - 3x) - 30 \\ &= 2(x^4 - 6x^3 + 9x^2) + 7(x^2 - 3x) - 30 \\ &= 2x^4 - 12x^3 + 18x^2 + 7x^2 - 21x - 30 \\ &= 2x^4 - 12x^3 + 25x^2 - 21x - 30 \end{aligned}$$

(解説)

- 3 (1) 求める式を P とすると

$$P + (2x^2 - 3x + 1) = x^2 + 2x$$

$$\begin{aligned} \text{ゆえに } P &= (x^2 + 2x) - (2x^2 - 3x + 1) \\ &= x^2 + 2x - 2x^2 + 3x - 1 \\ &= -x^2 + 5x - 1 \end{aligned}$$

- (2) 求める式を P とすると

$$(5x^2 - 2xy + y^2) - P = 8x^2 - 5xy + 5y^2$$

$$\begin{aligned} \text{ゆえに } P &= (5x^2 - 2xy + y^2) - (8x^2 - 5xy + 5y^2) \\ &= 5x^2 - 2xy + y^2 - 8x^2 + 5xy - 5y^2 \\ &= -3x^2 + 3xy - 4y^2 \end{aligned}$$

(解説)

- 4 (1) 係数 2, 次数 4

x に着目すると, 係数 $2ab$, 次数 2

- (2) 係数 -6, 次数 4

y と z に着目すると, 係数 $-6xz$, 次数 3

- (3) 係数 -1, 次数 5

a と c に着目すると, 係数 $-b$, 次数 4

(解説)

- 5 (1) $-2x^3 + x^2 - 3x + 5$

- (2) $-x^2 + (3y - 2)x + (y^2 - y + 6)$

(解説)

- 6 (1) $(a^2 + 2b)^2 = (a^2)^2 + 2a^2 \cdot 2b + (2b)^2$

$$= a^4 + 4a^2b + 4b^2$$

- (2) $(3a - 4b)^2 = (3a)^2 - 2 \cdot 3a \cdot 4b + (4b)^2$

$$= 9a^2 - 24ab + 16b^2$$

- (3) $(3x - 4y)(5y + 4x) = (3x - 4y)(4x + 5y)$

$$= 3 \cdot 4x^2 + \{3 \cdot 5y + (-4y) \cdot 4\}x + (-4y) \cdot 5y$$

$$= 12x^2 + (15y - 16y)x - 20y^2$$

$$= 12x^2 - xy - 20y^2$$

1. 式の計算① 展開 「輝く自分の未来のために、自分を磨け！！」

$$\begin{aligned}
 (4) \quad (x+2y)^2(x-2y)^2 &= \{(x+2y)(x-2y)\}^2 \\
 &= \{x^2 - (2y)^2\}^2 = (x^2 - 4y^2)^2 \\
 &= (x^2)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot 4y^2 + (4y^2)^2 \\
 &= x^4 - 8x^2y^2 + 16y^4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (5) \quad (3a-b)(9a^2+3ab+b^2) &= (3a-b)[(3a)^2 + 3a \cdot b + b^2] \\
 &= (3a)^3 - b^3 \\
 &= 27a^3 - b^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (6) \quad (4x+3y)(16x^2-12xy+9y^2) &= (4x+3y)[(4x)^2 - 4x \cdot 3y + (3y)^2] \\
 &= (4x)^3 + (3y)^3 \\
 &= 64x^3 + 27y^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (7) \quad (-m+2n)^3 &= (-m)^3 + 3(-m)^2 \cdot 2n + 3(-m)(2n)^2 + (2n)^3 \\
 &= -m^3 + 6m^2n - 12mn^2 + 8n^3
 \end{aligned}$$

別解

$$\begin{aligned}
 (-m+2n)^3 &= (2n-m)^3 \\
 &= (2n)^3 - 3(2n)^2 \cdot m + 3 \cdot 2n \cdot m^2 - m^3 \\
 &= 8n^3 - 12mn^2 + 6m^2n - m^3 \\
 &= -m^3 + 6m^2n - 12mn^2 + 8n^3
 \end{aligned}$$

(解説)

7 (1) $(2x-3y)^2 = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3y + (3y)^2$

$$\begin{aligned}
 &= 4x^2 - 12xy + 9y^2
 \end{aligned}$$

(2) $(2x-3)(2x+3) = (2x)^2 - 3^2$

$$\begin{aligned}
 &= 4x^2 - 9
 \end{aligned}$$

(3) $(p-7)(p+6) = p^2 + (-7+6)p + (-7) \cdot 6$

$$\begin{aligned}
 &= p^2 - p - 42
 \end{aligned}$$

(4) $(2x+3y)(3x-4y) = 2 \cdot 3x^2 + \{2(-4y) + 3y \cdot 3\}x + 3y(-4y)$

$$\begin{aligned}
 &= 6x^2 + xy - 12y^2
 \end{aligned}$$

(5) $(x+2)(x^2-2x+4) = (x+2)(x^2-x \cdot 2 + 2^2)$

$$\begin{aligned}
 &= x^3 + 2^3 \\
 &= x^3 + 8
 \end{aligned}$$

(6) $(a-3)(a^2+3a+9) = (a-3)(a^2+a \cdot 3 + 3^2)$

$$\begin{aligned}
 &= a^3 - 3^3 \\
 &= a^3 - 27
 \end{aligned}$$

(7) $(2x+3)^3 = (2x)^3 + 3(2x)^2 \cdot 3 + 3 \cdot 2x \cdot 3^2 + 3^3$

$$\begin{aligned}
 &= 8x^3 + 36x^2 + 54x + 27
 \end{aligned}$$

(8) $(3x-2y)^3 = (3x)^3 - 3(3x)^2 \cdot 2y + 3 \cdot 3x(2y)^2 - (2y)^3$

$$\begin{aligned}
 &= 27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3
 \end{aligned}$$

1. 式の計算① 展開 「輝く自分の未来のために、自分を磨け！！」

(解説)

$$\begin{aligned}
 \boxed{8} \quad (1) \quad & (a+b-c)^2 = [a+(b-c)]^2 \\
 &= a^2 + 2a(b-c) + (b-c)^2 \\
 &= a^2 + 2ab - 2ac + (b^2 - 2bc + c^2) \\
 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2bc - 2ca \\
 (2) \quad & (x^2+x+2)(x^2+x-3) = [(x^2+x)+2][(x^2+x)-3] \\
 &= (x^2+x)^2 - (x^2+x) - 6 \\
 &= (x^4 + 2x^3 + x^2) - x^2 - x - 6 \\
 &= x^4 + 2x^3 - x - 6 \\
 (3) \quad & (x-2y+3z)(x+2y-3z) = \{x-(2y-3z)\}\{x+(2y-3z)\} \\
 &= x^2 - (2y-3z)^2 \\
 &= x^2 - (4y^2 - 12yz + 9z^2) \\
 &= x^2 - 4y^2 - 9z^2 + 12yz
 \end{aligned}$$

(解説)

$$\begin{aligned}
 \boxed{9} \quad (1) \quad & (x-y+z)^2 = [(x-y)+z]^2 \\
 &= (x-y)^2 + 2(x-y)z + z^2 \\
 &= (x^2 - 2xy + y^2) + 2xz - 2yz + z^2 \\
 &= x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz + 2zx \\
 \text{別解} \quad & (x-y+z)^2 = x^2 + (-y)^2 + z^2 + 2x(-y) + 2(-y)z + 2zx \\
 &= x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz + 2zx
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & (2a+3b-5c)^2 = [(2a+3b)-5c]^2 \\
 &= (2a+3b)^2 - 2(2a+3b) \cdot 5c + (5c)^2 \\
 &= (4a^2 + 12ab + 9b^2) - 20ac - 30bc + 25c^2 \\
 &= 4a^2 + 9b^2 + 25c^2 + 12ab - 30bc - 20ca
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{別解} \quad & (2a+3b-5c)^2 = (2a)^2 + (3b)^2 + (-5c)^2 + 2 \cdot 2a \cdot 3b + 2 \cdot 3b(-5c) + 2(-5c) \cdot 2a \\
 &= 4a^2 + 9b^2 + 25c^2 + 12ab - 30bc - 20ca
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad & (x^2+3x-2)(x^2+3x+3) = [(x^2+3x)-2][(x^2+3x)+3] \\
 &= (x^2+3x)^2 + (x^2+3x) - 6 \\
 &= (x^4 + 6x^3 + 9x^2) + x^2 + 3x - 6 \\
 &= x^4 + 6x^3 + 10x^2 + 3x - 6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \quad & (a^2+a+1)(a^2-a+1) = [(a^2+1)+a][(a^2+1)-a] \\
 &= (a^2+1)^2 - a^2 \\
 &= (a^4 + 2a^2 + 1) - a^2 \\
 &= a^4 + a^2 + 1
 \end{aligned}$$

$$(5) \quad (x+y+z)(x-y-z) = \{x+(y+z)\}\{x-(y+z)\}$$

$$\begin{aligned}
 &= x^2 - (y+z)^2 \\
 &= x^2 - (y^2 + 2yz + z^2) \\
 &= x^2 - y^2 - z^2 - 2yz
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (6) \quad (2x^2 - 3x + 4)(3 + 3x - 2x^2) &= -(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 - 3x - 3) \\
 &= -\{(2x^2 - 3x) + 4\}[(2x^2 - 3x) - 3] \\
 &= -\{(2x^2 - 3x)^2 + (2x^2 - 3x) - 12\} \\
 &= -\{(4x^4 - 12x^3 + 9x^2) + 2x^2 - 3x - 12\} \\
 &= -4x^4 + 12x^3 - 11x^2 + 3x + 12
 \end{aligned}$$

(解説)

$$\begin{aligned}
 [10] \quad (1) \quad (x+1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)^2 &= (x+1)(x^2-x+1) \times (x^2+x+1)(x^2-x+1) \\
 &= (x^3+1)\{(x^2+1)^2 - x^2\} \\
 &= (x^3+1)(x^4+x^2+1) \\
 &= x^3(x^4+x^2+1) + (x^4+x^2+1) \\
 &= x^7 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad (a-b)^3(a+b)^3(a^2+b^2)^3 &= \{(a-b)(a+b)(a^2+b^2)\}^3 \\
 &= \{(a^2-b^2)(a^2+b^2)\}^3 \\
 &= (a^4-b^4)^3 \\
 &= a^{12}-3a^8b^4+3a^4b^8-b^{12}
 \end{aligned}$$

(解説)

$$\begin{aligned}
 [11] \quad (1) \quad (x-y)^2(x+y)^2(x^2+y^2)^2 &= \{(x-y)(x+y)(x^2+y^2)\}^2 \\
 &= \{(x^2-y^2)(x^2+y^2)\}^2 \\
 &= (x^4-y^4)^2 \\
 &= x^8 - 2x^4y^4 + y^8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad (x+1)(x-1)(x-2)(x-4) &= (x+1)(x-4) \times (x-1)(x-2) \\
 &= \{(x^2-3x)-4\}[(x^2-3x)+2] \\
 &= (x^2-3x)^2 - 2(x^2-3x) - 8 \\
 &= x^4 - 6x^3 + 9x^2 - 2x^2 + 6x - 8 \\
 &= x^4 - 6x^3 + 7x^2 + 6x - 8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad (a-b+c)^2(a+b-c)^2 &= [(a-(b-c))(a+(b-c))]^2 \\
 &= [a^2 - (b-c)^2]^2 \\
 &= a^4 - 2a^2(b-c)^2 + [(b-c)^2]^2 \\
 &= a^4 - 2a^2(b^2 - 2bc + c^2) + (b^2 - 2bc + c^2)^2 \\
 &= a^4 - 2a^2b^2 + 4a^2bc - 2a^2c^2 + b^4 + 4b^2c^2 + c^4 - 4b^3c - 4bc^3 + 2b^2c^2 \\
 &= a^4 + b^4 + c^4 - 2a^2b^2 + 6b^2c^2 - 2c^2a^2 + 4a^2bc - 4b^3c - 4bc^3
 \end{aligned}$$

1. 式の計算① 展開 「輝く自分の未来のために、自分を磨け！！」

$$\begin{aligned}
 (4) \quad & (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) \\
 & = \{a+(b+c)\}\{a^2-(b+c)a+(b^2-bc+c^2)\} \\
 & = a\{a^2-(b+c)a+(b^2-bc+c^2)\} + (b+c)\{a^2-(b+c)a+(b^2-bc+c^2)\} \\
 & = a^3-(b+c)a^2+(b^2-bc+c^2)a+(b+c)a^2-(b+c)^2a+(b+c)(b^2-bc+c^2) \\
 & = a^3+(b^2-bc+c^2)a-(b^2+2bc+c^2)a+(b^3+c^3) \\
 & = a^3+b^3+c^3-3abc
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (5) \quad & (a-1)^3(a^2+a+1)^3 = [(a-1)(a^2+a+1)]^3 \\
 & = (a^3-1)^3 \\
 & = a^9-3a^6+3a^3-1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (6) \quad & (x-1)(x^4+1)(x^3+x^2+x+1) \\
 & = \{(x-1)(x^3+x^2+x+1)\}(x^4+1) \\
 & = \{(x^4+x^3+x^2+x)-(x^3+x^2+x+1)\}(x^4+1) \\
 & = (x^4-1)(x^4+1) \\
 & = x^8-1
 \end{aligned}$$

別解 展開公式

$$(x-1)(x^{n-1}+x^{n-2}+x^{n-3}+\dots+x+1)=x^n-1$$

を利用して

$$\begin{aligned}
 & (x-1)(x^4+1)(x^3+x^2+x+1) \\
 & = \{(x-1)(x^3+x^2+x+1)\}(x^4+1) \\
 & = (x^4-1)(x^4+1) \\
 & = x^8-1
 \end{aligned}$$

解説

$$\begin{aligned}
 [12] \quad (1) \quad & (x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)(x^4-x^2y^2+y^4) \\
 & = \{(x^2+y^2)+xy\}\{(x^2+y^2)-xy\}(x^4-x^2y^2+y^4) \\
 & = \{(x^2+y^2)^2-(xy)^2\}(x^4-x^2y^2+y^4) \\
 & = (x^4+2x^2y^2+y^4-x^2y^2)(x^4-x^2y^2+y^4) \\
 & = \{(x^4+y^4)+x^2y^2\}\{(x^4+y^4)-x^2y^2\} \\
 & = (x^4+y^4)^2-(x^2y^2)^2 \\
 & = x^8+2x^4y^4+y^8-x^4y^4 \\
 & = x^8+x^4y^4+y^8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & (x-3y)(x+3y)(x^2+3xy+y^2)(x^2-3xy+y^2) \\
 & = \{(x-3y)(x^2+3xy+y^2)\}\{(x+3y)(x^2-3xy+y^2)\} \\
 & = (x^3+3x^2y+xy^2-3x^2y-9xy^2-3y^3)(x^3-3x^2y+xy^2+3x^2y-9xy^2+3y^3) \\
 & = \{(x^3-8xy^2)-3y^3\}\{(x^3-8xy^2)+3y^3\} \\
 & = (x^3-8xy^2)^2-(3y^3)^2
 \end{aligned}$$

1. 式の計算① 展開 「輝く自分の未来のために、自分を磨け！！」

$$= x^6 - 16x^4y^2 + 64x^2y^4 - 9y^6$$

(解説)

- [13] 展開して a^4b^3 になる項は、 a^4 と $3b^3$, $-2a^3b$ と $-ab^2$, $-3a^2b^2$ と $4a^2b$ の組み合わせである。

$$\begin{aligned} a^4 \cdot 3b^3 + (-2a^3b) \cdot (-ab^2) + (-3a^2b^2) \cdot 4a^2b &= (3+2-12)a^4b^3 \\ &= -7a^4b^3 \end{aligned}$$

よって、 a^4b^3 の係数は -7

展開して a^2b^5 になる項は、 $-3a^2b^2$ と $3b^3$, $-b^4$ と $4a^2b$ の組み合わせである。

$$(-3a^2b^2) \cdot 3b^3 + (-b^4) \cdot 4a^2b = (-9-4)a^2b^5 = -13a^2b^5$$

よって、 a^2b^5 の係数は -13

(解説)

- [14] (1) 積が 30, 和が 13 となる 2 数は 3 と 10

$$\text{ゆえに } x^2 + 13x + 30 = (x+3)(x+10)$$

- (2) 積が 30, 和が -13 となる 2 数は -3 と -10

$$\text{ゆえに } x^2 - 13x + 30 = (x-3)(x-10)$$

- (3) 積が -30, 和が 7 となる 2 数は -3 と 10

$$\text{ゆえに } x^2 + 7x - 30 = (x-3)(x+10)$$

$$(4) 2x^2 + 5x + 3 = (x+1)(2x+3)$$

$$(5) 2x^2 - 5x + 3 = (x-1)(2x-3)$$

$$(6) 6x^2 - xy - 12y^2 = (2x-3y)(3x+4y)$$

$$(7) 3ax^2 + (6-a^2)x - 2a = (3x-a)(ax+2)$$

$$\begin{array}{r} 1 \cancel{\times} 1 \rightarrow 2 \\ 2 \cancel{\times} 3 \rightarrow 3 \\ \hline 2 & 3 & 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \cancel{\times} -1 \rightarrow -2 \\ 2 \cancel{\times} -3 \rightarrow -3 \\ \hline 2 & 3 & -5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \cancel{\times} -3y \rightarrow -9y \\ 3 \cancel{\times} 4y \rightarrow 8y \\ \hline 6 & -12y^2 & -y \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \cancel{\times} -a \rightarrow -a^2 \\ a \cancel{\times} 2 \rightarrow 6 \\ \hline 3a & -2a & 6-a^2 \end{array}$$

(解説)

- [15] (1) 積が 3, 和が 4 となる 2 数は 1 と 3

$$\text{ゆえに } x^2 + 4x + 3 = (x+1)(x+3)$$

- (2) 積が $8y^2$, 和が $6y$ となる 2 数は $2y$ と $4y$

$$\text{ゆえに } x^2 + 6xy + 8y^2 = (x+2y)(x+4y)$$

- (3) 積が -9, 和が -8 となる 2 数は 1 と -9

$$\text{ゆえに } x^2 - 8x - 9 = (x+1)(x-9)$$

- (4) 積が $-14y^2$, 和が $5y$ となる 2 数は $-2y$ と $7y$

$$\text{ゆえに } x^2 + 5xy - 14y^2 = (x-2y)(x+7y)$$

1. 式の計算① 展開 「輝く自分の未来のために、自分を磨け！！」

$$(5) \quad 3x^2 - 10x + 3 = (x-3)(3x-1)$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 3 \\ \times \end{array} \begin{array}{r} -3 \\ -1 \\ \hline 3 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} -9 \\ -1 \\ \hline -10 \end{array}$$

$$(6) \quad 3x^2 + 4x + 1 = (x+1)(3x+1)$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 3 \\ \times \end{array} \begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ \hline 3 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 3 \\ 1 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$(7) \quad 6a^2 - ab - b^2 = (2a-b)(3a+b)$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 3 \\ \times \end{array} \begin{array}{r} -b \\ b \\ \hline -b^2 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} -3b \\ 2b \\ \hline -b \end{array}$$

$$(8) \quad 3a^2 + 5a - 2 = (a+2)(3a-1)$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 3 \\ \times \end{array} \begin{array}{r} 2 \\ -1 \\ \hline -2 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 6 \\ -1 \\ \hline 5 \end{array}$$

$$(9) \quad 6p^2 + 7pq - 3q^2$$

$$= (2p+3q)(3p-q)$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 3 \\ \times \end{array} \begin{array}{r} 3q \\ -q \\ \hline -3q^2 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 9q \\ -2q \\ \hline 7q \end{array}$$

$$(10) \quad abx^2 - (b^2 - a^2)x - ab$$

$$= (ax-b)(bx+a)$$

$$\begin{array}{r} a \\ b \\ \times \end{array} \begin{array}{r} -b \\ a \\ \hline -ab \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} -b^2 \\ a^2 \\ \hline -(b^2 - a^2) \end{array}$$

(解説)

[16] (1) 与式 $= a^3 + 3 \cdot a^2 \cdot 1 + 3 \cdot a \cdot 1^2 + 1^3 = a^3 + 3a^2 + 3a + 1$

(2) 与式 $= a^3 + 3 \cdot a^2 \cdot 3b + 3 \cdot a \cdot (3b)^2 + (3b)^3 = a^3 + 9a^2b + 27ab^2 + 27b^3$

(3) 与式 $= (2a)^3 - 3 \cdot (2a)^2 \cdot 1 + 3 \cdot 2a \cdot 1^2 - 1^3 = 8a^3 - 12a^2 + 6a - 1$

(4) 与式 $= (-3a)^3 + 3 \cdot (-3a)^2 \cdot 2b + 3 \cdot (-3a) \cdot (2b)^2 + (2b)^3$
 $= -27a^3 + 54a^2b - 36ab^2 + 8b^3$

(解説)

[17] (1) 与式 $= (3x-5y)(3x+5y) = (3x)^2 - (5y)^2 = 9x^2 - 25y^2$

(2) 与式 $= (-2x)^2 + 2 \cdot (-2x) \cdot 3y + (3y)^2 = 4x^2 - 12xy + 9y^2$

(3) 与式 $= x^2 + (3+4)x + 3 \cdot 4 = x^2 + 7x + 12$

(4) 与式 $= x^2 + (-4y-2y)x + (-4y) \cdot (-2y) = x^2 - 6xy + 8y^2$

(5) 与式 $= (2 \cdot 1)x^2 + \{2 \cdot (-4) + 3 \cdot 1\}x + 3 \cdot (-4) = 2x^2 - 5x - 12$

(6) 与式 $= (3a)^3 - 3 \cdot (3a)^2 \cdot 2 + 3 \cdot 3a \cdot 2^2 - 2^3 = 27a^3 - 54a^2 + 36a - 8$

(7) 与式 $= (3a)^3 - (4b)^3 = 27a^3 - 64b^3$

(解説)

[18] (1) 与式 $= [(2a+b)(2a-b)]^2 = [(2a)^2 - b^2]^2 = (4a^2 - b^2)^2$

$$= (4a^2)^2 - 2 \cdot 4a^2 \cdot b^2 + (b^2)^2 = 16a^4 - 8a^2b^2 + b^4$$

(2) 与式 $= [(2x-y)(2x+y)]^3 = [(2x)^2 - y^2]^3 = (4x^2 - y^2)^3$

$$= (4x^2)^3 - 3 \cdot (4x^2)^2 \cdot y^2 + 3 \cdot 4x^2 \cdot (y^2)^2 - (y^2)^3$$

$$= 64x^6 - 48x^4y^2 + 12x^2y^4 - y^6$$

1. 式の計算① 展開 「輝く自分の未来のために、自分を磨け！！」

$$(3) \text{ 与式} = (x-2)(x+2) \times (x^2+4) = (x^2-4)(x^2+4) \\ = (x^2)^2 - 4^2 = x^4 - 16$$

$$(4) \text{ 与式} = \{(a^2-a)+1\}[(a^2-a)-1] = (a^2-a)^2 - 1^2 \\ = (a^2)^2 - 2 \cdot a^2 \cdot a + a^2 - 1 \\ = a^4 - 2a^3 + a^2 - 1$$

$$(5) \text{ 与式} = \{x+(y-3z)\}\{x-(y-3z)\} = x^2 - (y-3z)^2 \\ = x^2 - (y^2 - 6yz + 9z^2) \\ = x^2 - y^2 + 6yz - 9z^2$$

$$(6) \text{ 与式} = \{(a^2+2b^2)-ab\}[(a^2+2b^2)+ab] = (a^2+2b^2)^2 - (ab)^2 \\ = (a^2)^2 + 2 \cdot a^2 \cdot 2b^2 + (2b^2)^2 - a^2b^2 \\ = a^4 + 4a^2b^2 + 4b^4 - a^2b^2 \\ = a^4 + 3a^2b^2 + 4b^4$$

(解説)

$$[19] (1) \text{ 与式} = a^2 + (-b)^2 + c^2 + 2a(-b) + 2(-b)c + 2ca \\ = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc + 2ca$$

$$(2) \text{ 与式} = a^2 + (-b)^2 + (-2c)^2 + 2a(-b) + 2(-b)(-2c) + 2(-2c)a \\ = a^2 + b^2 + 4c^2 - 2ab + 4bc - 4ca$$

(解説)

$$[20] (1) 6a^2b - 8ab = 2ab(3a - 4)$$

$$(2) 12m^2xy^2 - 4mx^2y^2 + 8m^3x^2 = 4mx(3my^2 - xy^2 + 2m^2x)$$

$$(3) (a+b)x - (a+b)y = (a+b)(x-y)$$

$$(4) (a-b)^2 + c(b-a) = (a-b)^2 - c(a-b) \\ = (a-b)[(a-b) - c] \\ = (a-b)(a-b-c)$$

(解説)

$$[21] (1) 5x^2 + 7x + 2 = (x+1)(5x+2)$$

$$(2) 3a^2 - 10a + 3 = (a-3)(3a-1)$$

$$\begin{array}{r} 1 \cancel{\times} 1 \rightarrow 5 \\ 5 \cancel{\times} 2 \rightarrow 2 \\ \hline 5 & 2 & 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \cancel{\times} -3 \rightarrow -9 \\ 3 \cancel{\times} -1 \rightarrow -1 \\ \hline 3 & 3 & -10 \end{array}$$

$$(3) 4a^2 + 3a - 27 = (a+3)(4a-9)$$

$$(4) 2a^2 - 7a - 15 = (a-5)(2a+3)$$

$$\begin{array}{r} 1 \cancel{\times} 3 \rightarrow 12 \\ 4 \cancel{\times} -9 \rightarrow -9 \\ \hline 4 & -27 & 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \cancel{\times} -5 \rightarrow -10 \\ 2 \cancel{\times} 3 \rightarrow 3 \\ \hline 2 & -15 & -7 \end{array}$$

$$(5) 3x^2 + 17x + 10 = (x+5)(3x+2)$$

$$(6) 12x^2 - 25x + 12 = (3x-4)(4x-3)$$

1. 式の計算① 展開 「輝く自分の未来のために、自分を磨け！！」

$$\begin{array}{r} 1 \times 5 \rightarrow 15 \\ 3 \times 2 \rightarrow 2 \\ \hline 3 & 10 & 17 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \times -4 \rightarrow -16 \\ 4 \times -3 \rightarrow -9 \\ \hline 12 & 12 & -25 \end{array}$$

$$(7) \quad 5a^2 + 7ab - 6b^2 = (a+2b)(5a-3b) \quad (8) \quad 6x^2 - xy - 12y^2 = (2x-3y)(3x+4y)$$

$$\begin{array}{r} 1 \times 2b \rightarrow 10b \\ 5 \times -3b \rightarrow -3b \\ \hline 5 & -6b^2 & 7b \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \times -3y \rightarrow -9y \\ 3 \times 4y \rightarrow 8y \\ \hline 6 & -12y^2 & -y \end{array}$$