

2



1. 式の展開と因数分解

因数分解

月 日

ポイントの整理

1 因数分解

◆いんすう因数

乗法の公式を逆に使うと、

$$x^2 + 4x + 3 = (x + 3)(x + 1) \text{ となる。}$$

$x + 3$, $x + 1$ を $x^2 + 4x + 3$ の因数という。

◆**因数分解** いくつかの因数の積の形で多項式を表すことを、その多項式を**因数分解**するという。

$$x^2 + 4x + 3 \begin{matrix} \xrightarrow{\text{因数分解}} \\ \xleftarrow{\text{展開}} \end{matrix} (x + 3)(x + 1)$$

◆**共通因数** 多項式の各項にある共通因数は、かっこの外にくくり出すことができる。

$$Ma + Mb = M(a + b)$$

↑ 共通因数

◆**公式の利用** 乗法の公式を逆に使って、因数分解することができる。

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$

◆**いろいろな因数分解**

例 $3x^2 + 6x - 24$

共通因数3をくくり出す。

$$= 3(x^2 + 2x - 8)$$

かっこの中を因数分解する。

$$= 3(x + 4)(x - 2)$$

例 $(x - 2)y - (x - 2)$

$x - 2$ を M とすると、

$$= My - M = M(y - 1) = (x - 2)(y - 1)$$

確認ワーク

教
P.22

例題 共通因数をくくり出す 次の式を因数分解しなさい。

① $6x^2 + 9xy$

② $2ax - 3ay + 4az$

解 各項の共通因数を見つける。

答 ① $6x^2 + 9xy$

共通因数は $3x$ だから

$$= 3x \times 2x + 3x \times 3y$$

$$= 3x(2x + 3y)$$

② $2ax - 3ay + 4az$

共通因数は a だから

$$= a \times 2x - a \times 3y + a \times 4z$$

$$= a(2x - 3y + 4z)$$

1 次の式を因数分解しなさい。

① $xy - xz$

② $3ax + 6bx$

③ $ab^2 - a^2b$

④ $7y^2 - 14xy$

⑤ $9x^2y - 6xy^2 + 3xy$

⑥ $y^2 - 5y$

⑦ $3a^2 - 6a^2b + 3ab$

⑧ $ab + 3bd$

⑨ $2xy^2 - 4x^2y - xy$

例題2 和と差の積の利用 次の式を因数分解しなさい。

① $x^2 - 4$

② $64x^2 - 9y^2$

解 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ を使って因数分解する。

答 ① $x^2 - 4$

$$= x^2 - 2^2$$

$$= (x+2)(x-2)$$

② $64x^2 - 9y^2$

$$= (8x)^2 - (3y)^2$$

$$= (8x+3y)(8x-3y)$$

2 次の式を因数分解しなさい。

□① $x^2 - 81$

□② $a^2 - 9$

□③ $b^2 - 64$

□④ $x^2 - 16$

□⑤ $b^2 - 100$

□⑥ $x^2 - 49$

□⑦ $4a^2 - b^2$

□⑧ $25x^2 - 16y^2$

□⑨ $81x^2 - 49y^2$

例題3 平方の公式の利用(1) 次の式を因数分解しなさい。

① $x^2 + 12x + 36$

② $x^2 - 18x + 81$

解 平方の公式 $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$, $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ を使って因数分解する。

答 ① $36 = 6^2$, $12x = 2 \times x \times 6$

$$x^2 + 12x + 36$$

$$= x^2 + 2 \times x \times 6 + 6^2$$

$$= (x+6)^2$$

$$\begin{array}{cc} x^2 + 12x + 36 & \\ | & | \\ 2 \times 6 & 6^2 \end{array}$$

② $81 = 9^2$, $18x = 2 \times x \times 9$

$$x^2 - 18x + 81$$

$$= x^2 - 2 \times x \times 9 + 9^2$$

$$= (x-9)^2$$

$$\begin{array}{cc} x^2 - 18x + 81 & \\ | & | \\ 2 \times 9 & 9^2 \end{array}$$

3 次の式を因数分解しなさい。

□① $a^2 + 8a + 16$

□② $x^2 + 20x + 100$

□③ $t^2 + 2t + 1$

□④ $y^2 - 12y + 36$

□⑤ $a^2 - 14a + 49$

□⑥ $x^2 - 22x + 121$

2. 因数分解

教
P.23

例題4 平方の公式の利用(2) 次の式を因数分解しなさい。

① $4x^2 + 36x + 81$

② $9x^2 - 12x + 4$

答 ① $4x^2 = (2x)^2, 81 = 9^2, 36x = 2 \times 2x \times 9$

だから,

$$\begin{aligned} &4x^2 + 36x + 81 \\ &= (2x)^2 + 2 \times 2x \times 9 + 9^2 \\ &= (2x + 9)^2 \end{aligned}$$

② $9x^2 = (3x)^2, 4 = 2^2, 12x = 2 \times 3x \times 2$

だから,

$$\begin{aligned} &9x^2 - 12x + 4 \\ &= (3x)^2 - 2 \times 3x \times 2 + 2^2 \\ &= (3x - 2)^2 \end{aligned}$$

4 次の式を因数分解しなさい。

① $4x^2 + 28x + 49$

② $16x^2 + 40x + 25$

③ $9a^2 + 24ab + 16b^2$

④ $9x^2 - 6x + 1$

⑤ $4y^2 - 36y + 81$

⑥ $36x^2 - 84xy + 49y^2$

教
P.23

例題5 $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ の利用(1) 次の式を因数分解しなさい。

① $x^2 + 8x + 15$

② $x^2 - 11x + 24$

解 $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$ を使って因数分解する。そのために、和が $a+b$ 、積が ab となる2数 a, b を見つけばよい。

答 ① 和が+8、積が+15となる2数は3と5だから

$$\begin{aligned} &x^2 + 8x + 15 \\ &= (x+3)(x+5) \end{aligned}$$

② 和が-11、積が+24となる2数は-8と-3だから

$$\begin{aligned} &x^2 - 11x + 24 \\ &= (x-8)(x-3) \end{aligned}$$

5 次の式を因数分解しなさい。

① $x^2 + 3x + 2$

② $x^2 + 11x + 18$

③ $x^2 + 9x + 18$

④ $x^2 - 12x + 32$

⑤ $x^2 - 13x + 30$

⑥ $x^2 - 12x + 35$

例題6 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ の利用(2) 次の式を因数分解しなさい。

① $x^2+5x-24$

② x^2-6x-7

解 $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$ を使って因数分解する。そのために、和が $a+b$ 、積が ab となる2数 a 、 b を見つければよい。

答 ① 和が+5、積が-24となる2数は8と-3だから ② 和が-6、積が-7となる2数は-7と1だから

$$\begin{aligned} x^2+5x-24 \\ = (x+8)(x-3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2-6x-7 \\ = (x-7)(x+1) \end{aligned}$$

6 次の式を因数分解しなさい。

□① $x^2+3x-40$

□② x^2+6x-7

□③ t^2+t-72

□④ $a^2-13a-30$

□⑤ $y^2-7y-60$

□⑥ $x^2-4x-32$

例題7 いろいろな因数分解(1) 次の式を因数分解しなさい。

① $4x^2+24x+36$

② a^3-4a^2+4a

答 ① $4x^2+24x+36$

共通因数4をくくり出して
 $=4(x^2+6x+9)$

かっこの中を平方の公式を利用して
 $=4(x+3)^2$

② a^3-4a^2+4a

共通因数 a をくくり出して
 $=a(a^2-4a+4)$

かっこの中を平方の公式を利用して
 $=a(a-2)^2$

7 次の式を因数分解しなさい。

□① $2a^2+16a+24$

□② $mx^2-2mx+m$

□③ $5a^2b+20ab+20b$

□④ abx^2-25ab

教
P.26

例題8 いろいろな因数分解(2) 次の式を因数分解しなさい。

① $3(x+y) - a(x+y)$

② $(x-y)^2 - 2(x-y) - 8$

答 ① $x+y$ を M とすると,
 $= 3M - aM = M(3-a)$

ここで, M を $x+y$ にもどすと,

$= (x+y)(3-a)$

② $x-y$ を M とすると,

$= M^2 - 2M - 8 = (M+2)(M-4)$

ここで, M を $x-y$ にもどすと,

$= (x-y+2)(x-y-4)$

8 次の式を因数分解しなさい。

□① $a(x-y) + b(y-x)$

□② $mx - m - x + 1$

□③ $ab + b - a - 1$

□④ $4ab + 5b - 8a - 10$

□⑤ $(x-2y)^2 + (x-2y) - 6$

□⑥ $(x+2)^2 - 5(x+2) - 6$

□⑦ $(x+3y)^2 - 4(x+3y) - 21$

□⑧ $(5x+6)^2 - (2x-1)^2$