数学 ＜解答と解説＞

解答

問1 (ア) 3　(イ) 2　(ウ) 1　(エ) 2　(オ) 2
問2 (ア) 2　(イ) 3　(ウ) 3　(エ) 4　(オ) 3　(カ) 2
問3 (ア)(i) ($x=$) -1　(ii) ($x=$) 18　(イ) 27(L)
　(ウ) R(-3, 2)　(エ) 360(m)
問4 (ア) 4　(イ) 6　(ウ) $\frac{44}{3}$(cm²)
問5 (ア) 2　(イ) 4
問6 (ア) 3　(イ) 5　(ウ) 112(cm²)

配点

問1 各3点×5 = 15点　計15点
問2 各4点×6 = 24点　計24点
問3 (ア)各4点×2 = 8点
他各5点×3 = 15点　計23点
問4 (ア)4点
他各5点×2 = 10点　計14点
問5 各5点×2 = 10点　計10点
問6 (ア)4点
他各5点×2 = 10点　計14点
合計100点

問1 計算問題

(ア) $4-(-7)-5=4+7-5=11-5=6$

(イ) $5+2\times(4-7)=5+2\times(-3)=5-6=-1$

(ウ) $\frac{3}{8}-\frac{4}{5}=\frac{15}{40}-\frac{32}{40}=-\frac{17}{40}$

(エ) $3(2x-1)-2(x-1)=6x-3-2x+2=4x-1$

(オ) $\frac{x-3}{4}-\frac{3x-2}{6}=\frac{3(x-3)-2(3x-2)}{12}=\frac{3x-9-6x+4}{12}=\frac{-3x-5}{12}$

問2 小問集合

(ア) 絶対値が5以下の整数は小さい順に，-5，-4，-3，-2，-1，0，$+1$，$+2$，$+3$，$+4$，$+5$だから，小さい方から数えて6番目の数は0です。

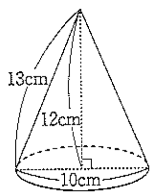
(イ) -3^2は，$-(3\times3)$です。なお，$(-3)\times(-3)$は，$(-3)^2$です。

(ウ) 男子の合計点は$a\times30=30a$(点)，女子の合計点は$b\times20=20b$(点)，人数の合計は$30+20=50$(人)だから，
クラス全体の平均点は$\frac{30a+20b}{50}$(点)と表すことができます。
これがc点以下だから，$\frac{30a+20b}{50}\leqq c$です。

(エ) 288をできるだけ小さい素数から割っていき，その素数をかけ合わせると，
$288=2\times2\times2\times2\times2\times3\times3=2^5\times3^2$です。

(オ) $x=\frac{1}{2}$，$y=-3$を代入すれば，$4x^2-3y=4\times\left(\frac{1}{2}\right)^2-3\times(-3)=4\times\frac{1}{4}+9=1+9=10$です。

(カ) この立体は，右の図のような円すいです。
底面の円の半径は$10\div2=5$(cm)だから，底面積は$\pi\times5^2=25\pi$(cm²)です。
また，円すいの展開図を考えたとき，側面となるおうぎ形の中心角の大きさは，
$360°\times\frac{2\pi\times5}{2\pi\times13}=360°\times\frac{5}{13}$と求めることができます。
よって，(おうぎ形の面積)$=\pi\times$(半径)$^2\times\frac{(中心角)}{360°}$であることから，
側面積は，$\pi\times13^2\times\left\{\left(360°\times\frac{5}{13}\right)\div360°\right\}=\pi\times13^2\times\frac{5}{13}=65\pi$(cm²)となります。
これらより，表面積は，$25\pi+65\pi=90\pi$(cm²)と求めることができます。



〔参考〕
(円すいの側面積)＝(母線の長さ)×(底面の半径)×πで求めることもできる。この場合，$13\times5\times\pi=65\pi$(cm²)

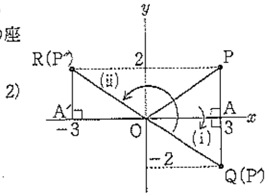
問3 方程式，比例式，座標，図形の移動

(ア) (i)
$$2(x-1)+3(x+3)=2$$
$$2x-2+3x+9=2$$
$$5x+7=2$$
$$5x=-5$$
$$x=-1$$

(ii)
$$\frac{1}{3}x+\frac{x-6}{4}=9$$
両辺に12をかけると，
$$\frac{1}{3}x\times12+\frac{x-6}{4}\times12=9\times12$$
$$4x+3(x-6)=108$$
$$4x+3x-18=108$$
$$7x=126$$
$$x=18$$

(イ) 時速60 kmの速さで6時間進むと，$60\times6=360$(km)の道のりを走ったことになるから，そのときに消費したガソリンの量をxLとすると，$200:15=360:x$　この比例式を解いて，$200x=360\times15$，$x=\frac{360\times15}{200}$より，$x=27$(L)

(ウ) 右の図のように，座標(3, 0)を点Aとし，△OPAの移動として考えてみます。
まず，(i)の移動で△OP'Aに移動すると考えることができます。これより，Qの座標は(3, -2)です。
次に，(ii)の移動で△OP''A'に移動すると考えることができるから，Rの座標は(-3, 2)です。



(エ) 家からxmの地点で忘れ物に気づいたとして，所要時間に注目して方程式をつくります。
家を出てから忘れ物に気づくまでの時間は，$x\div60=\frac{x}{60}$(分)
忘れ物に気づいてから家に走ってもどってくるまでの時間は，$x\div120=\frac{x}{120}$(分)，
再び家を出て走って学校に着くまでの時間は，$1800\div120=15$(分)
午前8時に家を出発して，午前8時26分に学校に着いたから，家にいた2分と合わせて，
$\frac{x}{60}+\frac{x}{120}+2+15=26$　これを解いて，$\frac{2x}{120}+\frac{x}{120}=9$，$\frac{x}{40}=9$より，$x=360$
解は問題に適しているから，忘れ物に気づいたのは，家から360 mの地点と求めることができます。

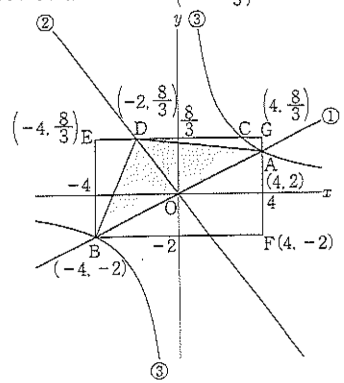
問4 比例，反比例

(ア) 点Aは直線①上の点で$x=4$だから，$y=\frac{1}{2}x$に$x=4$を代入して，$y=\frac{1}{2}\times4=2$より，A(4, 2)
点Aは曲線③上の点だから，$y=\frac{a}{x}$に点Aの座標$x=4$，$y=2$を代入して，$2=\frac{a}{4}$より，$a=8$

(イ) 点Cは曲線③上の点だから，$y=\frac{8}{x}$に$x=3$を代入して，$y=\frac{8}{3}$より，C$\left(3, \frac{8}{3}\right)$
点Dは直線②上の点で線分CDはx軸に平行だから，点Dのy座標は点Cのy座標に等しく$y=\frac{8}{3}$，
直線②の式$y=-\frac{4}{3}x$に$y=\frac{8}{3}$を代入して，$\frac{8}{3}=-\frac{4}{3}x$より，$x=-2$だから，点Dの座標は$\left(-2, \frac{8}{3}\right)$

(ウ) 右の図のように，3点A，B，Dがいずれかの辺上にあり，各辺がx軸またはy軸のいずれかと平行な長方形EBFGをかいて考えると，
△ABD＝長方形EBFG－△ABF－△BDE－△AGDと求めることができます。

$$△ABF=BF\times AF\times\frac{1}{2}=\{4-(-4)\}\times\{2-(-2)\}\times\frac{1}{2}$$
$$=8\times4\times\frac{1}{2}=16$$
$$△BDE=DE\times BE\times\frac{1}{2}=\{-2-(-4)\}\times\left\{\frac{8}{3}-(-2)\right\}\times\frac{1}{2}$$
$$=2\times\frac{14}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{14}{3}$$
$$△AGD=DG\times AG\times\frac{1}{2}=\{4-(-2)\}\times\left\{\frac{8}{3}-2\right\}\times\frac{1}{2}$$
$$=6\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=2$$



長方形EBFG = BE × BF = $\left\{\frac{8}{3}-(-2)\right\} \times |4-(-4)| = \frac{14}{3} \times 8 = \frac{112}{3}$

よって，△ABD = $\frac{112}{3} - 16 - \frac{14}{3} - 2 = \frac{44}{3}$(cm²)と求めることができます。

問5 資料の活用

(ア) 1…A班は25人だから，得点順に並べたときに，13番目の得点が中央値になり，その値は20点以上30点未満の階級にあるから適していません。

2…20点未満の生徒は9人で，$9 \div 25 = 0.36$ より36%だから適しています。

3…ヒストグラムより，30点以上40点未満の階級に属する生徒が最も多いから最頻値はその階級値である35点になります。

平均値 = $\frac{(\text{階級値と度数の積の合計})}{(\text{度数の合計})}$ より，$\frac{\{(5\times2)+(15\times7)+(25\times5)+(35\times8)+(45\times3)\}}{25} = 26.2$(点)

これより，最頻値は平均値より大きいことがわかるから適していません。

4…40点以上の生徒は3人だから適していません。

(イ) B班24人の得点を小さい順に並べると，右の図のようになります。

6	8	12	15	17	20	20	21	24	26	28	29	30
31	32	33	35	35	36	38	40	42	45	47	(点)	

各階級の度数は，

0点以上10点未満の階級…2人，10点以上20点未満の階級…3人，20点以上30点未満の階級…7人，30点以上40点未満の階級…8人，40点以上50点未満の階級…4人となるから，正しいのは4です。

問6 空間図形

(ア) 辺DH，辺CG，辺EH，辺FGの4本です。

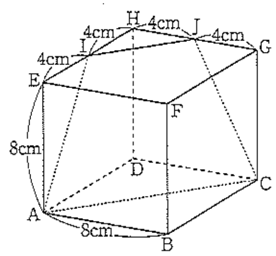
(イ) 点Dを含む方の立体の体積は，立方体ABCD−EFGHの体積から三角すいB−EFGの体積を引けば求めることができます。

立方体ABCD−EFGH = $8 \times 8 \times 8 = 512$(cm³)

三角すいB−EFG = $8 \times 8 \times \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{1}{3} = \frac{256}{3}$(cm³)

よって，求める体積は，$512 - \frac{256}{3} = \frac{1280}{3}$(cm³)となります。

(ウ) 立体Pと立体Qで，面ACJIは共通なので，その他の面の面積を合計して差を求めればよいことになります。



立体Pについて，

△HIJ + △ACD + 台形ADHI + 台形CJHD

$= 4 \times 4 \times \frac{1}{2} + 8 \times 8 \times \frac{1}{2} + (4+8) \times 8 \times \frac{1}{2} \times 2$

$= 8 + 32 + 96$

$= 136$(cm²)

立体Qについて，

△AIE + △CGJ + △ABC + 正方形ABFE + 正方形BCGF + 五角形EFGJI

$= 4 \times 8 \times \frac{1}{2} \times 2 + 8 \times 8 \times \frac{1}{2} + 8 \times 8 \times 2 + \left\{8 \times 8 - 4 \times 4 \times \frac{1}{2}\right\}$

$= 32 + 32 + 128 + 56$

$= 248$(cm²)

よって，立体Pと立体Qの表面積の差は，$248 - 136 = 112$(cm²)となります。