数学 <解答と解説>

解答

問1 (ア) 3　(イ) 2　(ウ) 1　(エ) 2　(オ) 3

問2 (ア) 3　(イ) 3　(ウ) 1　(エ) 4　(オ) 1　(カ) 2

問3 (ア) (∠x =)15(°)　(イ) $\frac{3}{5}$　(ウ) 455(cm²)　(エ) 840(m)

問4 (ア) 5　(イ)(i) 4　(ii) 3　(ウ) $y=\frac{20}{3}x-2$

問5 (ア)(a) 2　(b) 4　(イ) (∠DGF =)27(°)　(ウ) 6(cm)

問6 (ア) 2　(イ) 5　(ウ) 1050(cm³)

配点

問1 各3点×5 = 15点　計15点

問2 各4点×6 = 24点　計24点

問3 (ア)4点 他各5点×3 = 15点　計19点

問4 (ア)4点 他各5点×2 = 10点 (イ)完答)　計14点

問5 (ア)2点×2 他各5点×2 = 10点　計14点

問6 (ア)4点 他各5点×2 = 10点　計14点

合計100点

問1　数・式の計算

(ア) $(-9)-(-11)=-9+11=2$

(イ) $\frac{1}{6}-\frac{3}{8}=\frac{4}{24}-\frac{9}{24}=-\frac{5}{24}$

(ウ) $24ab^3 \div 4ab=\frac{24ab^3}{4ab}=6b^2$

(エ) $4(2x-y)-(x-3y)=8x-4y-x+3y=7x-y$

(オ) $\frac{5a-2b}{8}-\frac{a-3b}{4}=\frac{5a-2b-2(a-3b)}{8}=\frac{5a-2b-2a+6b}{8}=\frac{3a+4b}{8}$

問2　小問集合

(ア) a円の3割増しは，$a\times\left(1+\frac{3}{10}\right)=\frac{13}{10}a$(円)でこれが定価になります。

これからb円を値引きして利益がc円になったのだから，$\frac{13}{10}a-b-a=c$となります。

これを整理して，$\frac{3}{10}a-b=c$です。

(イ) $\begin{cases}\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}y=3 & \cdots① \\ 0.2x+0.3y=-0.1 & \cdots②\end{cases}$ とすると，①×6，および②×10より $\begin{cases}3x-2y=18 & \cdots③ \\ 2x+3y=-1 & \cdots④\end{cases}$

③×3 +④×2より，

$$\begin{array}{rl} 9x-6y &= 54 \\ +)\ 4x+6y &= -2 \\ \hline 13x \quad &= 52 \\ x &= 4 \end{array}$$

これを④に代入して，$2\times4+3y=-1$より，$y=-3$です。

(ウ) yはxに反比例するから，$y=\frac{a}{x}$とおきます。この式に$x=-3$，$y=6$を代入して，$6=-\frac{a}{3}$より，$a=-18$

よって，$y=-\frac{18}{x}$　これに$x=2$を代入して，$y=-\frac{18}{2}=-9$です。

(エ) 求める多角形をn角形とすると，$180°\times(n-2)=2340°$，$n-2=13$より，$n=15$　よって，十五角形です。

(オ) xとyの変域から考えられる1次関数のグラフは2点$(-2,\ -4)$，$(3,\ 6)$を通る場合と，2点$(-2,\ 6)$，$(3,\ -4)$を通る場合が考えられます。まず，$x=-2$のとき$y=-4$とすると，$-4=-2a+2$，$a=3$

これより1次関数の式は$y=3x+2$となり，$x=3$を代入すると，$y=3\times3+2=11$で，これはyの変域とあいません。

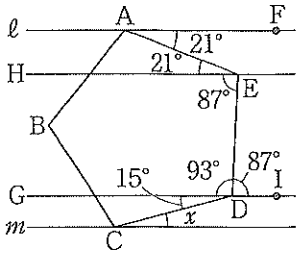
次に，$x=-2$のとき$y=6$とすると，$6=-2a+2$，$a=-2$

これより1次関数の式は$y=-2x+2$となり，$x=3$を代入すると，$y=-2\times3+2=-4$で，これはyの変域

とあいます。よって，aの値は－2です。

(カ) 生徒20人の得点を小さい順に並べると，6，10，10，17，22，24，24，28，30，31，33，35，37，37，38，39，41，45，48，48となり，小さい方から10番目が31点，11番目が33点です。資料が偶数個だから，中央値はこの2つの得点の平均になります。よって，$(31 + 33) \div 2 = 32$(点)です。

問3 面積比，確率，連立方程式の利用，平行線と角



(ア) 右の図のように，直線ℓ上の点Aより右側に点Fをとり，点Dを通り直線ℓに平行な直線DGと，点Eを通り直線ℓに平行な直線EHを引き，直線DG上の点Dより右側に点Iをとります。

まず，AF // HEであり，平行線の錯角は等しいから，$\angle AEH = \angle EAF = 21°$

次に，正五角形の1つの内角は108°だから，

$\angle DEH = \angle AED - \angle AEH = 108° - 21° = 87°$

また，HE // GDであり，平行線の錯角は等しいから，$\angle DEH = \angle EDI = 87°$

ここで，3点G，D，Iは1直線上にあるから，$\angle EDG = 180° - \angle EDI = 93°$

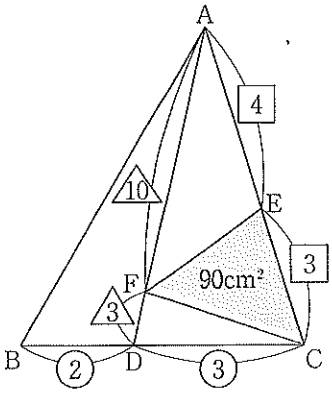
$\angle CDG = 108° - 93° = 15°$，　GD // mであり，平行線の錯角は等しいから，$\angle x = \angle CDG$　よって，$\angle x = 15°$です。

(イ) 袋Pと袋Qからのカードの取り出し方は$5 \times 4 = 20$(通り)であり，それぞれのカードの取り出し方について2枚のカードに書かれた数の和を求めると右の表のようになります。

P＼Q	2	5	7	9
1	3	6	8	10
3	5	8	10	12
4	6	9	11	13
6	8	11	13	15
8	10	13	15	17

このうち，袋Pのカードが4枚になる場合は，2枚のカードに書かれた数の和が10以上になる場合だから，表の太い枠で囲まれた部分の12通りになります。したがって，袋Pのカードの枚数が4枚になる確率は，$\frac{12}{20} = \frac{3}{5}$です。

(ウ) △CEFと△AFEは辺EFを共有しているから高さが等しい三角形になります。



高さが等しい三角形の面積の比は底辺の長さの比に等しくなることから，

△CEF：△AFE = CE：EA = 3：4，3：4 = 90：△AFEより，

$\triangle AFE = \frac{4 \times 90}{3} = 120(cm^2)$，

これより，$\triangle AFC = \triangle CEF + \triangle AFE = 90 + 120 = 210(cm^2)$となることがわかります。

同じように考えれば，△AFC：△CFD = AF：FD = 10：3，

10：3 = 210：△CFDより，$\triangle CFD = \frac{3 \times 210}{10} = 63(cm^2)$，

これより，$\triangle ADC = \triangle AFC + \triangle CFD = 210 + 63 = 273(cm^2)$

さらに，△ABD：△ADC = BD：DC = 2：3，2：3 = △ABD：273より，

$\triangle ABD = \frac{2 \times 273}{3} = 182(cm^2)$

よって，$\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ADC = 182 + 273 = 455(cm^2)$となります。

(エ) 家から図書館までをxm，図書館から学校までをymとすると，

弟が家から学校に着くまでにかかる時間に注目すれば，$\frac{x}{60} + \frac{y}{90} = 26$ …①

兄が学校から家に着くまでにかかる時間に注目すれば，$\frac{y}{120} + \frac{x}{70} = 21$ …②

①×180より，$3x + 2y = 4680$ …③

②×840より，$12x + 7y = 17640$ …④

③×4－④より，

$$\begin{array}{rl} & 12x + 8y = 18720 \\ -) & 12x + 7y = 17640 \\ \hline & y = 1080 \end{array}$$

これを③に代入して，$3x + 2 \times 1080 = 4680$，$3x = 2520$より，$x = 840$

解は問題に適しているから，図書館は家から840mの地点にあります。

問4 1次関数

(ア) 点Dは，直線②とx軸との交点だから，$y = -\frac{4}{3}x + 6$に$y = 0$を代入して，$0 = -\frac{4}{3} \times x + 6$より，$x = \frac{9}{2}$です。

(イ) 点Bは直線②とy軸との交点であり，直線②の式$y = -\frac{4}{3}x + 6$の切片は6だから，B(0，6)です。

点Cは，直線①上の点で $x=-2$ だから，$y=\frac{2}{3}x-2$ に $x=-2$ を代入して，$y=\frac{2}{3}\times(-2)-2$ より，$y=-\frac{10}{3}$

よって，$C\left(-2,\ -\frac{10}{3}\right)$ です。

2点 $C\left(-2,\ -\frac{10}{3}\right)$，$B(0,\ 6)$ を通る直線の変化の割合 $m=\frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$ より，

$m=\left\{6-\left(-\frac{10}{3}\right)\right\}\div\{0-(-2)\}=\frac{28}{3}\div 2=\frac{14}{3}$

$B(0,\ 6)$ より $n=6$ だから，直線BCの式は $y=\frac{14}{3}x+6$ になります。

〔別解〕

直線BCの式は，切片が6だから $n=6$，$y=mx+6$ に $x=-2$，$y=-\frac{10}{3}$ を代入して，

$-\frac{10}{3}=-2m+6$，$2m=6+\frac{10}{3}$，$2m=\frac{28}{3}$，$m=\frac{14}{3}$ となります。

(ウ) 点Aは，直線①と直線②の交点だから，$y=\frac{2}{3}x-2$ と $y=-\frac{4}{3}x+6$ を連立方程式として，$\frac{2}{3}x-2=-\frac{4}{3}x+6$

これを解いて，$x=4$

直線①の式 $y=\frac{2}{3}x-2$ に $x=4$ を代入して，$y=\frac{2}{3}\times 4-2$ より，$y=\frac{2}{3}$　よって，$A\left(4,\ \frac{2}{3}\right)$ です。

点Eは直線①と y 軸との交点であり，直線①の式 $y=\frac{2}{3}x-2$ の切片は -2 だから，$E(0,\ -2)$ です。

まず，△ABCを線分BEで2つの三角形に分けると，△ABC＝△ABE＋△BCEと考えることができます。

(△ABEの面積)＝BE×(点Aと y 軸との距離)×$\frac{1}{2}$＝$\{6-(-2)\}\times 4\times\frac{1}{2}=16$，

(△BCEの面積)＝BE×(点Cと y 軸との距離)×$\frac{1}{2}$＝$\{6-(-2)\}\times 2\times\frac{1}{2}=8$ より，

(△ABCの面積)＝16＋8＝24となります。

△ABEの面積が△BCEの面積より大きいことから，求める直線は線分ABと交わることがわかります。

右の図のように，点Eを通り，△ABCの面積を2等分する直線と線分ABとの交点をFとすると，

(△AFEの面積)＝(△ABCの面積)×$\frac{1}{2}$ より，

(△AFEの面積)＝$24\times\frac{1}{2}=12$，

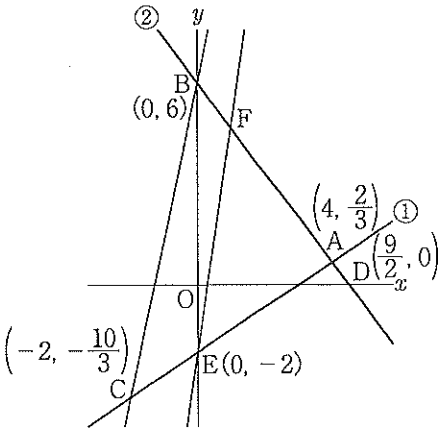
△ABEの面積が16であることから，

(△BEFの面積)＝(△ABEの面積)－(△AFEの面積)＝16－12＝4

(△BEFの面積)＝BE×(点Fと y 軸との距離)×$\frac{1}{2}$ で，

BE＝$\{6-(-2)\}=8$ より，$8\times$(点Fと y 軸との距離)×$\frac{1}{2}=4$，

(点Fと y 軸との距離)＝1，つまり点Fの x 座標が1になればよいことがわかります。



点Fは直線②上の点だから，$y=-\frac{4}{3}x+6$ に $x=1$ を代入して，

$y=-\frac{4}{3}\times 1+6$ より，$y=\frac{14}{3}$　よって，$F\left(1,\ \frac{14}{3}\right)$

2点 $E(0,\ -2)$，$F\left(1,\ \frac{14}{3}\right)$ を通る直線を $y=cx+d$ とすれば，

求める直線の変化の割合 $c=\frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$ より，

$c=\left\{\frac{14}{3}-(-2)\right\}\div(1-0)=\frac{20}{3}\div 1=\frac{20}{3}$，$E(0,\ -2)$ を通ることから，$d=-2$，

これより，求める直線の式は，$y=\frac{20}{3}x-2$ となることがわかります。

〔別解〕

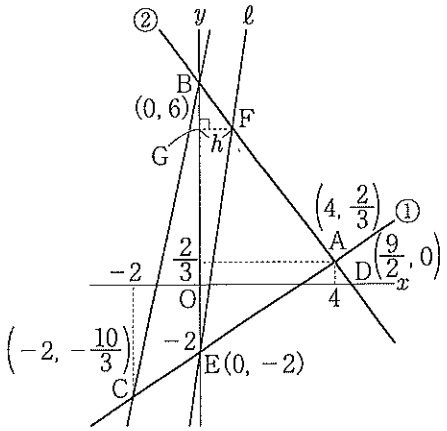
右の図のように点Eを通り△ABCの面積を2等分する直線を ℓ とし，直線 ℓ と直線②との交点をF，点Fから y 軸に垂直にひいた直線との交点をGとすると，(△BCEの面積)＝8だから，

(△BEFの面積)＝12－8＝4となるときの点Fの座標を求めればよいことになります。FG＝h とすると，

(△BEFの面積)＝BE×$h\times\frac{1}{2}$

＝$\{6-(-2)\}\times h\times\frac{1}{2}=4$，$8\times h\times\frac{1}{2}=4$ より，$h=1$

これが点Fの x 座標になることがわかります。



点Fは直線②上の点だから $y=-\frac{4}{3}x+6$ に $x=1$ を代入して，

$y=-\frac{4}{3}\times 1+6$ より，$y=\frac{14}{3}$ だから，$F\left(1,\ \frac{14}{3}\right)$　よって，直線 ℓ の式を $y=cx-2$ とおいて，$x=1$，$y=\frac{14}{3}$ を代入すれば，$\frac{14}{3}=c-2$ より $c=\frac{20}{3}$

これより，直線 ℓ の式は $y=\frac{20}{3}x-2$ と求められます。

問5　平面図形

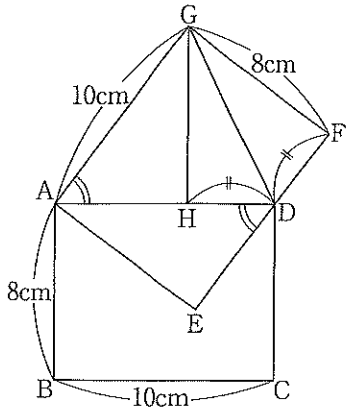
(ア)　(a)　右の図の印のついた角が平行線の錯角で等しくなります。

(b)　GD = GD …斜辺が等しい。

∠GHD = ∠GFD = 90°

GH = GF …他の1辺が等しい。

より，直角三角形の合同条件である「斜辺と他の1辺」になります。



(イ)　△ADE ≡ △GAH より，合同な図形の対応する角は等しいから，

∠DAE = ∠AGH = 36°

次に，△GHD ≡ △GFD より，合同な図形の対応する角は等しいから，

∠DGH = ∠DGF

よって，∠DGF = (∠AGF − ∠AGH) × $\frac{1}{2}$ = (90° − 36°) × $\frac{1}{2}$ = 27° となります。

(ウ)　四角形 ADFG は台形だから，DF = x cm とすると，

$(x+10)\times 8\times\frac{1}{2}=56$ となります。これを解いて，$x=4$ cm

また，(ア)より△GHD ≡ △GFD であり，

合同な図形の対応する辺は等しいから，DF = DH = 4(cm)

よって，AH = AD − DH = 10 − 4 = 6(cm)となります。

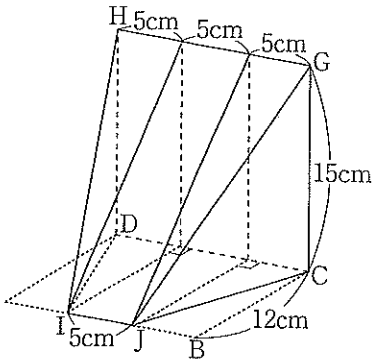
問6　空間図形

(ア)　(四角柱の体積) = (底面積) × (高さ)です。

この四角柱の底面は台形 CDIJ で，高さは CG = 15 cm だから，$(5+15)\times 12\times\frac{1}{2}\times 15=120\times 15=1800(\text{cm}^3)$ となります。

(イ)　側面積 = (13 + 5 + 13 + 15) × 15 = 690(cm²)　よって，表面積は，690 + 120 × 2 = 930(cm²)となります。

(ウ)　右の図のように，点 C を含む方の立体を1つの三角柱と2つの四角すいに分けて求めます。



(三角柱の体積) = $15\times 12\times\frac{1}{2}\times 5=450(\text{cm}^3)$

(四角すいの体積) = $5\times 15\times 12\times\frac{1}{3}=300(\text{cm}^3)$

よって，求める体積は，450 + 300 + 300 = 1050(cm³)となります。