1 式の乗法，除法，乗法の公式

1．式の展開と因数分解

月　日

ポイントの整理

1 式の乗法，除法

◆多項式×単項式，単項式×多項式
分配法則を使って計算する。
①　$(a+b)c=ac+bc$　②　$c(a+b)=ca+cb$

◆多項式÷単項式
多項式÷数 の場合と同じようにして，計算することができる。

$$(A+B)\div C=\frac{A}{C}+\frac{B}{C}$$

◆単項式や多項式の積の形で表される式は，かっこをはずしていくつかの単項式の和の形に表せる。このようにして式の変形をすることを**展開**（てんかい）するという。

例　①　$(a+b)(c+d)$ ←$c+d$ を M とおく。
$=(a+b)M$
$=aM+bM$
$=a(c+d)+b(c+d)$ ←M を $c+d$ にもどす。
$=ac+ad+bc+bd$

②　下に示した順に，各項をかけあわせて，和の形をつくればよい。

$$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$$

2 乗法の公式

◆$(x+a)(x+b)$ の展開
$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

◆平方の公式
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

◆和と差の積
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

確認ワーク

教 P.12

例題1　**多項式と単項式の乗法**　次の計算をしなさい。
①　$(3a-5b)\times 5a$　　②　$-2x(3x-4y+2)$

答　①　$(3a-5b)\times 5a$
$=3a\times 5a-5b\times 5a$
$=15a^2-25ab$

②　$-2x(3x-4y+2)$
$=-2x\times 3x+(-2x)\times(-4y)+(-2x)\times 2$
$=-6x^2+8xy-4x$

1 次の計算をしなさい。

□①　$(3x-5y)\times 3x$　　□②　$(3a-2b)\times(-a)$　　□③　$(-2a-7b)\times 3b$

□④　$8a(2a+3b)$　　□⑤　$-2x(4x-3)$　　□⑥　$6a(4a-2b-3)$

教 P.13

例題2 多項式と単項式の除法　次の計算をしなさい。

① $(6x^2y+9xy^2)\div 3xy$　　② $(4ab-10b^2)\div\frac{2}{5}b$

答 ① $(6x^2y+9xy^2)\div 3xy$

$=\frac{6x^2y}{3xy}+\frac{9xy^2}{3xy}$

$=2x+3y$

② $(4ab-10b^2)\div\frac{2}{5}b$

$=(4ab-10b^2)\times\frac{5}{2b}$

$=4ab\times\frac{5}{2b}-10b^2\times\frac{5}{2b}$

$=10a-25b$

2 次の計算をしなさい。

□① $(3ab^2+2a^2b)\div b$　　□② $(-6x^2y+9y)\div 3y$　　□③ $(-10a^2b+6ab^2)\div 2ab$

□④ $(-9x^2+3x)\div\frac{3}{2}x$　　□⑤ $(6ab+14b^2-10a^2b)\div\left(-\frac{2}{3}b\right)$　　□⑥ $(15x^2y-10xy^2)\div\left(-\frac{5}{2}xy\right)$

教 P.14

例題3 多項式どうしの乗法(1)　次の式を展開しなさい。

① $(a-b)(c+d)$　　② $(x+3)(y+4)$

答 ① $(a-b)(c+d)$

$=a(c+d)-b(c+d)$

$=ac+ad-bc-bd$

② $(x+3)(y+4)$

$=x(y+4)+3(y+4)$

$=xy+4x+3y+12$

3 次の式を展開しなさい。

□① $(x-a)(y-b)$　　□② $(x+y)(a+b)$　　□③ $(x+2)(y-3)$

教 P.15

例題4 **多項式どうしの乗法(2)**　次の式を計算しなさい。

① $(x-4)(x-2)$　　② $(2a-5b)(a-3b)$

答 ① $(x-4)(x-2)$
$=x(x-2)-4(x-2)$
$=x^2-2x-4x+8$
$=x^2-6x+8$
展開した結果に，同類項があるときは，
同類項をまとめておく。

② $(2a-5b)(a-3b)$
$=2a(a-3b)-5b(a-3b)$
$=2a^2-6ab-5ab+15b^2$
$=2a^2-11ab+15b^2$

4 次の式を計算しなさい。

□① $(x-3)(x-5)$　　□② $(a+2)(a+1)$　　□③ $(y-9)(y-2)$

□④ $(5x+4y)(3x-6y)$　　□⑤ $(4a+2b)(3a-2b)$　　□⑥ $(8x-7y)(6x-2y)$

教 P.15

例題5 **多項式どうしの乗法(3)**　次の式を計算しなさい。

① $(3a-b)(2a+3b-4)$　　② $(x+4y-5)(x+3)$

答 ① $(3a-b)(2a+3b-4)$
$=3a(2a+3b-4)-b(2a+3b-4)$
$=6a^2+9ab-12a-2ab-3b^2+4b$
$=6a^2+7ab-12a-3b^2+4b$

② $(x+4y-5)(x+3)$
$=x(x+3)+4y(x+3)-5(x+3)$
$=x^2+3x+4xy+12y-5x-15$
$=x^2-2x+4xy+12y-15$

5 次の式を計算しなさい。

□① $(a+4)(a+b-4)$　　□② $(3x-y)(2x-2y-1)$

□③ $(a+b-1)(a+3)$　　□④ $(a+2b+2)(a+b)$

教 P.16

例題6 **$(x+a)(x+b)$の展開**　次の式を計算しなさい。

① $(x+3)(x+2)$　② $(x+4)(x-5)$　③ $\left(x+\frac{2}{3}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)$

解　$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ を使って展開する。

答 ① $(x+3)(x+2)$
$=x^2+(3+2)x+3\times2$
$=x^2+5x+6$

② $(x+4)(x-5)$
$=(x+4)\{x+(-5)\}$
$=x^2+\{4+(-5)\}x+4\times(-5)$
$=x^2-x-20$

③ $\left(x+\frac{2}{3}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)$
$=\left(x+\frac{2}{3}\right)\left\{x+\left(-\frac{1}{3}\right)\right\}$
$=x^2+\left\{\frac{2}{3}+\left(-\frac{1}{3}\right)\right\}x+\frac{2}{3}\times\left(-\frac{1}{3}\right)$
$=x^2+\frac{1}{3}x-\frac{2}{9}$

6 次の式を計算しなさい。

□① $(x+3)(x+1)$　□② $(a+2)(a+4)$　□③ $(y+6)(y+5)$

□④ $(p+4)(p-9)$　□⑤ $(a-7)(a+5)$　□⑥ $(x-1)(x-9)$

□⑦ $(a-2)(a-5)$　□⑧ $(x-0.4)(x+0.6)$　□⑨ $(p-0.3)(p-0.4)$

□⑩ $\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{4}\right)$　□⑪ $\left(x-\frac{5}{4}\right)\left(x+\frac{4}{5}\right)$　□⑫ $\left(b-\frac{1}{3}\right)\left(b-\frac{3}{2}\right)$

教 P.17

例題7 **平方の公式(1)**　次の式を計算しなさい。

① $(x+7)^2$　② $(3x+2y)^2$　③ $\left(x+\frac{1}{3}y\right)^2$

解　平方の公式　$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ を使って展開する。

答 ① $(x+7)^2$
$=x^2+2\times x\times7+7^2$
$=x^2+14x+49$

② $(3x+2y)^2$
$=(3x)^2+2\times3x\times2y+(2y)^2$
$=9x^2+12xy+4y^2$

③ $\left(x+\frac{1}{3}y\right)^2$
$=x^2+2\times x\times\frac{1}{3}y+\left(\frac{1}{3}y\right)^2$
$=x^2+\frac{2}{3}xy+\frac{1}{9}y^2$

7 次の式を計算しなさい。

□① $(x+2)^2$　□② $(a+c)^2$　□③ $(x+5)^2$

□④ $(3a+7b)^2$　□⑤ $\left(x+\frac{2}{5}y\right)^2$　□⑥ $\left(2x+\frac{3}{4}y\right)^2$

教 P.17

例題8 平方の公式(2)　次の式を計算しなさい。

① $(x-3)^2$　② $(2m-3n)^2$　③ $\left(3a-\frac{1}{4}b\right)^2$

解 平方の公式　$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ を使って展開する。

答 ① $(x-3)^2$
$=x^2-2\times x\times 3+3^2$
$=x^2-6x+9$

② $(2m-3n)^2$
$=(2m)^2-2\times 2m\times 3n+(3n)^2$
$=4m^2-12mn+9n^2$

③ $\left(3a-\frac{1}{4}b\right)^2$
$=(3a)^2-2\times 3a\times\frac{1}{4}b+\left(\frac{1}{4}b\right)^2$
$=9a^2-\frac{3}{2}ab+\frac{1}{16}b^2$

8 次の式を計算しなさい。

□① $(a-6)^2$　□② $(p-q)^2$　□③ $(a-3)^2$

□④ $(3x-5y)^2$　□⑤ $\left(x-\frac{1}{3}y\right)^2$　□⑥ $\left(4x-\frac{3}{4}y\right)^2$

教 P.18

例題9 和と差の積　次の式を計算しなさい。

① $(x+4)(x-4)$　② $\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)$

解 和と差の積　$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ を使って展開する。

答 ① $(x+4)(x-4)$
$=x^2-4^2$
$=x^2-16$

② $\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)$
$=x^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2$
$=x^2-\frac{1}{4}$

9 次の式を計算しなさい。

□① $(x+10)(x-10)$　□② $(2x+3y)(2x-3y)$　□③ $\left(a-\frac{2}{3}\right)\left(a+\frac{2}{3}\right)$

例題10 乗法の公式を使って式を計算すること　次の式を計算しなさい。　教 P.19

① $(x-4)^2-(x+5)(x-2)$　　② $(3x-4)(3x+4)-(x-3)(x+6)$

解　それぞれの式を展開して，同類項をまとめて簡単にする。

答　① $(x-4)^2-(x+5)(x-2)$
$=(x^2-8x+16)-(x^2+3x-10)$
$=x^2-8x+16-x^2-3x+10$
$=-11x+26$

② $(3x-4)(3x+4)-(x-3)(x+6)$
$=(9x^2-16)-(x^2+3x-18)$
$=9x^2-16-x^2-3x+18$
$=8x^2-3x+2$

10 次の式を計算しなさい。

□① $2(x+1)^2-(x-1)^2$

□② $3(a+2)(a-2)-(a-4)(a+2)$

□③ $(a-3)^2+(a+4)(a+1)$

□④ $(x+2y)^2-(2x-y)(2x+y)$

□⑤ $(3a+2b)(3a+b)-(2a+3b)^2$

□⑥ $(2a+3)(2a-3)-(2a-3)^2$

例題11 いろいろな式の計算　次の式を計算しなさい。　教 P.19

① $(a+b+4)(a+b-4)$　　② $(a+b+5)^2$

解　式の中の共通な部分をさがし，それを文字におきかえて計算する。

答　① $(a+b+4)(a+b-4)$
$a+b$ をMとすると，
$=(M+4)(M-4)$
$=M^2-16$
$=(a+b)^2-16$
$=a^2+2ab+b^2-16$

② $(a+b+5)^2$
$a+b$ をMとすると，
$=(M+5)^2$
$=M^2+10M+25$
$=(a+b)^2+10(a+b)+25$
$=a^2+2ab+b^2+10a+10b+25$

11 次の式を計算しなさい。

□① $(x+y+4)(x+y-6)$

□② $(x-y+3)^2$

□③ $(x-3y+2)(x+3y+2)$

□④ $(3a+2b-4)(3a+2b+5)$