数学 <解答と解説>

解答

問1	(ア) 1	(イ) 3	(ウ) 4	(エ) 2	(オ) 2	
問2	(ア) 3	(イ) 2	(ウ) 1	(エ) 4	(オ) 3	(カ) 4
問3	(ア) 44°	(イ) 38°	(ウ) ケーキ 450(円) アイスクリーム 300(円)			
問4	(ア) 3	(イ) 2	(ウ) $y=\frac{5}{8}x$			
問5	(ア) 5	(イ) $\frac{1}{6}$				
問6	(ア)(i) 3 (ii) 4	(イ) $\frac{21}{8}$(cm)				
問7	(ア)(i) 2 (ii) 5	(イ) 22°	(ウ) 4(cm²)			

配点

問1	各3点×5＝15点	計15点
問2	(ア)(イ)各3点×2＝6点 その他各4点×4＝16点	計22点
問3	(ア)4点, (イ)(ウ)各5点×2＝10点 ((ウ)完答)	計14点
問4	(ア)4点, (イ)(ウ)各5点×2＝10点	計14点
問5	各5点×2＝10点	計10点
問6	(ア)(i)4点, その他各5点×2＝10点	計14点
問7	(ア)2点，(イ)4点，(ウ)5点 ((ア)完答)	計11点
		合計100点

問1　数・式の計算

(ア)　$(-6)+(-10)=-(6+10)=-16$

(イ)　$-\frac{3}{8}+\frac{5}{7}=-\frac{21}{56}+\frac{40}{56}=\frac{19}{56}$

(ウ)　$36ab^2\div(-6ab)=-\frac{36ab^2}{6ab}=-6b$

(エ)　$2(5x-3y)-3(4x-y)=10x-6y-12x+3y=10x-12x-6y+3y=-2x-3y$

(オ)　$\frac{3a-b}{4}-\frac{2a+3b}{3}=\frac{3(3a-b)}{12}-\frac{4(2a+3b)}{12}=\frac{9a-3b-8a-12b}{12}=\frac{a-15b}{12}$

問2　小問集合

(ア)　a kmの道のりを時速5 kmで歩いたときにかかった時間は，$a\div5=\frac{a}{5}$(時間)で，4 kmの道のりを時速b kmで歩いたときにかかった時間は，$4\div b=\frac{4}{b}$(時間)です。この合計がc時間以下なので，$\frac{a}{5}+\frac{4}{b}\leqq c$となります。

(イ)　$5x+3y=9$…①，$7x+8y=5$…②とする。①×8－②×3より，$40x-21x=72-15$，$19x=57$，$x=3$
これを①に代入して，$15+3y=9$，$3y=-6$，$y=-2$

(ウ)　$x=\frac{1}{2}$，$y=-2$を$2xy-y^2$に代入して，$2\times\frac{1}{2}\times(-2)-(-2)^2=-2-4=-6$

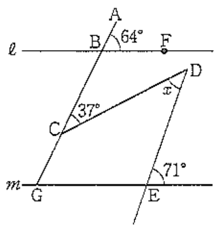
(エ)　1つの内角の大きさが160°なので，その外角の大きさは，180°－160°＝20°です。
多角形の外角の和は360°なので，360°÷20°＝18より，この正多角形は正十八角形です。
よって，その内角の和は，180°×(18－2)＝180°×16＝2880°と求めることができます。

(オ)　(yの増加量)＝(変化の割合)×(xの増加量)なので，(yの増加量)＝2×3＝6となります。

(カ)　40 cm以上45 cm未満の階級の度数は8人でその相対度数が0.2だから，8÷0.2＝40(人)　よって，度数の合計は40人であることがわかり，45 cm以上50 cm未満の階級の度数は，40－(3＋7＋8＋8＋2)＝12(人)なので，相対度数は，12÷40＝0.3となります。

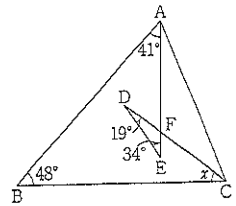
問3　平行線と角，三角形，連立方程式の利用

(ア)　右の図のように点A，B，C，D，E，Fを表記し，直線ACと直線mとの交点をGとします。



同位角が等しいので，∠ABF＝∠CGE＝64°
∠DCG＝180°－37°＝143°，∠GED＝180°－71°＝109°
四角形CGEDの内角の和は360°なので，
$\angle x$＝360°－(143°＋64°＋109°)＝360°－316°＝44°

(イ)　右の図のように，2点A，Cを結ぶ。
△ACFと△DEFの外角は等しいので，
∠FAC＋∠FCA＝∠FDE＋∠FED＝19°＋34°＝53°
よって，△ABCの内角の和から，41°＋48°＋$\angle x$＋53°＝180°，
$\angle x$＝180°－(41°＋48°＋53°)＝180°－142°＝38°



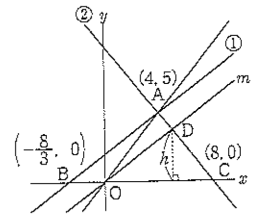
(ウ)　ケーキ1個の定価をx円，アイスクリーム1個の定価をy円とすると，$x=y+150$…①
ケーキ1個の2割引きの値段は，$x\left(1-\frac{2}{10}\right)$(円)で，アイスクリーム1個の3割引きの値段は，$y\left(1-\frac{3}{10}\right)$(円)
ケーキを6個，アイスクリームを5個買ったときの値段の合計から，
$6\times x\left(1-\frac{2}{10}\right)+5\times y\left(1-\frac{3}{10}\right)=6x+5y-990$…②
②をまとめると，$6x\times\frac{8}{10}+5y\times\frac{7}{10}=6x+5y-990$，$48x+35y=60x+50y-9900$，$12x+15y=9900$，
$4x+5y=3300$…②′
①を②′に代入して，$4(y+150)+5y=3300$，$9y=2700$，$y=300$(円)
これを①に代入して，$x=300+150=450$(円)

問4　1次関数

(ア)　点Aのx座標は4なので，直線①の式$y=\frac{3}{4}x+2$に$x=4$を代入して，$y=\frac{3}{4}\times4+2=5$　よって，A(4，5)
点Aは直線②のグラフ上の点でもあるので，$y=ax+10$に$x=4$，$y=5$を代入して，
$5=4a+10$，$4a=-5$，$a=-\frac{5}{4}$

(イ)　点Bはx軸上の点なので，直線①の式$y=\frac{3}{4}x+2$に$y=0$を代入して，$0=\frac{3}{4}x+2$，$\frac{3}{4}x=-2$，$x=-\frac{8}{3}$
よって，B$\left(-\frac{8}{3}，0\right)$

(ウ)　点Cはx軸上の点なので，直線②の式$y=-\frac{5}{4}x+10$に$y=0$を代入して，$0=-\frac{5}{4}x+10$，$\frac{5}{4}x=10$，$x=8$
よって，C(8，0)
△ABCの底辺をBCと見て，線分BCの長さは2点B，Cのx座標の差であることから，BC＝$8-\left(-\frac{8}{3}\right)=\frac{32}{3}$
よって，△ABCの面積は，$\frac{32}{3}\times5\times\frac{1}{2}=\frac{80}{3}$　これを2等分すると，$\frac{80}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{40}{3}$
△OAB＝$\frac{8}{3}\times5\times\frac{1}{2}=\frac{20}{3}$だから，原点Oを通り△ABCの面積を2等分する直線をmとすると，直線mは，右の図のように線分AC上で直線②と交わります。



直線mと直線②との交点をD，△OCDのOCを底辺とみたときの高さをhとすると，$8\times h\times\frac{1}{2}=\frac{40}{3}$より，$h=\frac{10}{3}$　よって，点Dのy座標は$\frac{10}{3}$となります。
点Oは直線②上にあるから，直線②の式に$y=\frac{10}{3}$を代入して，
$\frac{10}{3}=-\frac{5}{4}x+10$，$\frac{5}{4}x=\frac{20}{3}$，$x=\frac{16}{3}$　したがって，D$\left(\frac{16}{3}，\frac{10}{3}\right)$
求める直線の式を$y=bx$とすると，$\frac{10}{3}=\frac{16}{3}b$，$b=\frac{10}{3}\times\frac{3}{16}=\frac{5}{8}$
これより，$y=\frac{5}{8}x$となります。

問5　確率

大，小2つのさいころのすべての目の出方は36通りです。

【ルール①】，【ルール②】にしたがって a，b の値を表にすると，右の表のようになります。

a \ b	1	2	3	4	5	6
1	◎	○		◎		
2	○		○		◎	
3		○		○		
4	◎		○		○	
5		◎		○	◎	
6						

(ア)　△APQ が直角三角形になる場合は，表の○の場合で，

$(a,\ b) = (1,\ 2)，(2,\ 1)，(2,\ 3)，(3,\ 2)，(3,\ 4)，(4,\ 3)，(4,\ 5)，(5,\ 4)$

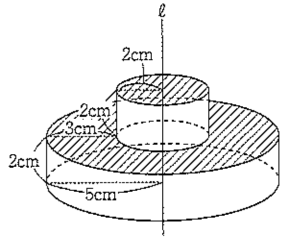
の8通りあります。よって，確率は，$\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$

(イ)　△EPQ が正三角形になる場合は，表の◎の場合で，

$(a,\ b) = (1,\ 1)，(1,\ 4)，(2,\ 5)，(4,\ 1)，(5,\ 2)，(5,\ 5)$ の6通りあります。よって，確率は，$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

問6　空間図形

(ア)　ℓ を軸として1回転させてできる立体は，右の図のような円柱を2つ重ねた形になります。



(i)　求める体積は，底面の半径が5 cm，高さが2 cm の円柱の体積と，底面の半径が2 cm，高さが2 cm の円柱の体積を合計すればよいから，

$5 \times 5 \times \pi \times 2 + 2 \times 2 \times \pi \times 2 = 50\pi + 8\pi = 58\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

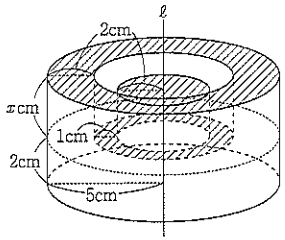
(ii)　表面積は，図の斜線部分の面積が大きい方の円柱の底面積とちょうど等しくなることを利用します。

よって，大きい方の円柱の表面積に小さい方の円柱の側面積を加えることで求められます。

$5 \times 5 \times \pi \times 2 + 5 \times 2 \times \pi \times 2 + 2 \times 2 \times \pi \times 2 = 50\pi + 20\pi + 8\pi = 78\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

(イ)　GD $= x$ cm とします。

ℓ を軸として図3の図形を1回転させてできる立体は，右の図のような立体になります。このとき，図の斜線部分の面積は(ア)の立体と同様に大きい方の円柱の底面積とちょうど等しくなります。



よって，(ア)の立体の表面積よりも，半径3 cm で高さ x cm の円柱の側面積と，半径5 cm で高さ x cm の円柱の側面積を合計した分だけ増えることになります。(ア)の立体の表面積は 78π cm² だから，

$3 \times 2 \times \pi \times x + 5 \times 2 \times \pi \times x = 120\pi - 78\pi$

これを解いて $6\pi x + 10\pi x = 42\pi$，$16x = 42$，$x = \frac{42}{16} = \frac{21}{8}$ (cm)

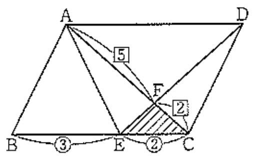
問7　平面図形

(ア)(i)　④の∠AEB = ∠EAD から，この2つの角が錯角の関係になることから考えます。

(ii)　①は辺，②は辺，⑤は角がそれぞれ等しいことを示しています。

(イ)　△ABE は二等辺三角形だから，$\angle\mathrm{BAE} = 180^\circ - 64^\circ \times 2 = 180^\circ - 128^\circ = 52^\circ$　AB // DC より，平行線の錯角が等しいので，$\angle\mathrm{BAC} = \angle\mathrm{ACD} = 74^\circ$　よって，$\angle\mathrm{EAC} = \angle\mathrm{BAC} - \angle\mathrm{BAE} = 74^\circ - 52^\circ = 22^\circ$

(ウ)　平行四辺形は対角線によって合同な三角形に2等分されるから，



$\triangle\mathrm{ABC} = 70 \times \frac{1}{2} = 35\ (\mathrm{cm}^2)$

BE : EC = 3 : 2 より，高さの等しい三角形の面積の比は底辺の比に等しいから，

$\triangle\mathrm{AEC} = 35 \times \frac{2}{3+2} = 14\ (\mathrm{cm}^2)$

△AEC で AF : FC = 5 : 2 より，$\triangle\mathrm{EFC} = 14 \times \frac{2}{5+2} = 4\ (\mathrm{cm}^2)$ となります。