

2

1. 式の展開と因数分解

因数分解

月 日

ポイントの整理

① 因数分解

◆**因数** いんすう 乗法の公式を逆に使うと、

$$x^2+4x+3=(x+3)(x+1) \text{ となる。}$$

$x+3$, $x+1$ を x^2+4x+3 の**因数**という。

◆**因数分解** いくつかの因数の積の形で多項式を表すことを、その多項式を**因数分解**するという。

$$x^2+4x+3 \xleftarrow[\text{展開}]{\text{因数分解}} (x+3)(x+1)$$

◆**共通因数** 多項式の各項にある共通因数は、かっこの外にくくり出すことができる。

$$Ma+Mb=M(a+b)$$

↑ 共通因数

◆**公式の利用** 乗法の公式を逆に使って、因数分解することができる。

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$$

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$$

$$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$$

$$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$$

◆**いろいろな因数分解**

例 $3x^2+6x-24$

共通因数3をくくり出す。

$$=3(x^2+2x-8)$$

かっこの中を因数分解する。

$$=3(x+4)(x-2)$$

例 $(x-2)y-(x-2)$

$x-2$ を M とすると、

$$=My-M=M(y-1)=(x-2)(y-1)$$

確認ワーク

教
P.22

例題1 **共通因数をくくり出す** 次の式を因数分解しなさい。

① $6x^2+9xy$

② $2ax-3ay+4az$

解 各項の共通因数を見つける。

答 ① $6x^2+9xy$

共通因数は3だから

$$=3x \times 2x + 3x \times 3y$$

$$=3x(2x+3y)$$

② $2ax-3ay+4az$

共通因数はaだから

$$=a \times 2x - a \times 3y + a \times 4z$$

$$=a(2x-3y+4z)$$

1 次の式を因数分解しなさい。

① $xy-xz$

② $3ax+6bx$

③ ab^2-a^2b

④ $7y^2-14xy$

⑤ $9x^2y-6xy^2+3xy$

⑥ y^2-5y

⑦ $3a^2-6a^2b+3ab$

⑧ $ab+3bd$

⑨ $2xy^2-4x^2y-xy$

例題2 和と差の積の利用 次の式を因数分解しなさい。

① $x^2 - 4$

② $64x^2 - 9y^2$

解 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ を使って因数分解する。

答 ① $x^2 - 4$

$= x^2 - 2^2$

$= (x + 2)(x - 2)$

② $64x^2 - 9y^2$

$= (8x)^2 - (3y)^2$

$= (8x + 3y)(8x - 3y)$

2 次の式を因数分解しなさい。

① $x^2 - 81$

② $a^2 - 9$

③ $b^2 - 64$

④ $x^2 - 16$

⑤ $b^2 - 100$

⑥ $x^2 - 49$

⑦ $4a^2 - b^2$

⑧ $25x^2 - 16y^2$

⑨ $81x^2 - 49y^2$

例題3 平方の公式の利用(1) 次の式を因数分解しなさい。

① $x^2 + 12x + 36$

② $x^2 - 18x + 81$

解 平方の公式 $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$, $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ を使って因数分解する。

答 ① $36 = 6^2$, $12x = 2 \times x \times 6$

$x^2 + 12x + 36$

$= x^2 + 2 \times x \times 6 + 6^2$

$= (x + 6)^2$

$$\begin{array}{c} x^2 + 12x + 36 \\ | \quad | \\ 2 \times 6 \quad 6^2 \end{array}$$

② $81 = 9^2$, $18x = 2 \times x \times 9$

$x^2 - 18x + 81$

$= x^2 - 2 \times x \times 9 + 9^2$

$= (x - 9)^2$

$$\begin{array}{c} x^2 - 18x + 81 \\ | \quad | \\ 2 \times 9 \quad 9^2 \end{array}$$

3 次の式を因数分解しなさい。

① $a^2 + 8a + 16$

② $x^2 + 20x + 100$

③ $t^2 + 2t + 1$

④ $y^2 - 12y + 36$

⑤ $a^2 - 14a + 49$

⑥ $x^2 - 22x + 121$

教
P.23**例題4** 平方の公式の利用(2) 次の式を因数分解しなさい。

① $4x^2 + 36x + 81$

② $9x^2 - 12x + 4$

答 ① $4x^2 = (2x)^2, 81 = 9^2, 36x = 2 \times 2x \times 9$

だから,

$$\begin{aligned} &4x^2 + 36x + 81 \\ &= (2x)^2 + 2 \times 2x \times 9 + 9^2 \\ &= (2x + 9)^2 \end{aligned}$$

② $9x^2 = (3x)^2, 4 = 2^2, 12x = 2 \times 3x \times 2$

だから,

$$\begin{aligned} &9x^2 - 12x + 4 \\ &= (3x)^2 - 2 \times 3x \times 2 + 2^2 \\ &= (3x - 2)^2 \end{aligned}$$

4 次の式を因数分解しなさい。

① $4x^2 + 28x + 49$

② $16x^2 + 40x + 25$

③ $9a^2 + 24ab + 16b^2$

④ $9x^2 - 6x + 1$

⑤ $4y^2 - 36y + 81$

⑥ $36x^2 - 84xy + 49y^2$

教
P.23**例題5** $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ の利用(1) 次の式を因数分解しなさい。

① $x^2 + 8x + 15$

② $x^2 - 11x + 24$

解 $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$ を使って因数分解する。そのために、和が $a+b$ 、積が ab となる2数 a, b を見つければよい。**答** ① 和が+8, 積が+15となる2数は3と5だから

$$\begin{aligned} &x^2 + 8x + 15 \\ &= (x+3)(x+5) \end{aligned}$$

② 和が-11, 積が+24となる2数は-8と-3だから

$$\begin{aligned} &x^2 - 11x + 24 \\ &= (x-8)(x-3) \end{aligned}$$

5 次の式を因数分解しなさい。

① $x^2 + 3x + 2$

② $x^2 + 11x + 18$

③ $x^2 + 9x + 18$

④ $x^2 - 12x + 32$

⑤ $x^2 - 13x + 30$

⑥ $x^2 - 12x + 35$

例題6 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ の利用(2) 次の式を因数分解しなさい。

① $x^2+5x-24$

② x^2-6x-7

解 $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$ を使って因数分解する。そのために、和が $a+b$ 、積が ab となる2数 a, b を見つければよい。

答 ① 和が+5、積が-24となる2数は8と-3だから ② 和が-6、積が-7となる2数は-7と1だから

$$\begin{aligned} x^2+5x-24 \\ = (x+8)(x-3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2-6x-7 \\ = (x-7)(x+1) \end{aligned}$$

6 次の式を因数分解しなさい。

□① $x^2+3x-40$

□② x^2+6x-7

□③ t^2+t-72

□④ $a^2-13a-30$

□⑤ $y^2-7y-60$

□⑥ $x^2-4x-32$

例題7 いろいろな因数分解(1) 次の式を因数分解しなさい。

① $4x^2+24x+36$

② a^3-4a^2+4a

答 ① $4x^2+24x+36$

共通因数4をくくり出して

$$=4(x^2+6x+9)$$

かっこの中を平方の公式を利用して

$$=4(x+3)^2$$

② a^3-4a^2+4a

共通因数 a をくくり出して

$$=a(a^2-4a+4)$$

かっこの中を平方の公式を利用して

$$=a(a-2)^2$$

7 次の式を因数分解しなさい。

□① $2a^2+16a+24$

□② $mx^2-2mx+m$

□③ $5a^2b+20ab+20b$

□④ abx^2-25ab

教
P.26

例題8 いろいろな因数分解(2) 次の式を因数分解しなさい。

① $3(x+y) - a(x+y)$

② $(x-y)^2 - 2(x-y) - 8$

答 ① $x+y$ を M とすると、

$$= 3M - aM = M(3-a)$$

ここで、 M を $x+y$ にもどすと、

$$= (x+y)(3-a)$$

② $x-y$ を M とすると、

$$= M^2 - 2M - 8 = (M+2)(M-4)$$

ここで、 M を $x-y$ にもどすと、

$$= (x-y+2)(x-y-4)$$

8 次の式を因数分解しなさい。

① $a(x-y) + b(y-x)$

② $mx - m - x + 1$

③ $ab + b - a - 1$

④ $4ab + 5b - 8a - 10$

⑤ $(x-2y)^2 + (x-2y) - 6$

⑥ $(x+2)^2 - 5(x+2) - 6$

⑦ $(x+3y)^2 - 4(x+3y) - 21$

⑧ $(5x+6)^2 - (2x-1)^2$