

# 6



## 3. 一次関数

# 一次関数とグラフ

月 日

### ポイントの整理

#### 1 一次関数

◆関数 ともなって変わる2つの変数 $x, y$ があって、 $x$ の値を決めると、それに対応して $y$ の値が1つに決まるとき、 $y$ は $x$ の関数であるという。

◆ $y$ が $x$ の関数で、 $y$ が $x$ を用いた一次式で表されるとき、 $y$ は $x$ の一次関数であるという。

◆一次関数は、一般に、次の形の式で表される。

$$y = ax + b \quad a, b \text{は定数}$$

①  $b=0$ の場合、 $y=ax$ となり、比例の関係になるから、比例は一次関数の特別な場合である。

②  $b \neq 0$ でない場合は、 $x$ に比例する部分 $ax$ と定数 $b$ との和の形になる。

#### 2 一次関数の値の変化

◆変化の割合  $x$ の増加量に対する $y$ の増加量の割合のことで、

$$(\text{変化の割合}) = \frac{(y \text{の増加量})}{(x \text{の増加量})} \text{でえられる。}$$

一次関数では変化の割合は一定で、 $a$ に等しい。

◆変化の割合は、 $x$ の増加量が1のときの $y$ の増加量を表している。

#### 3 一次関数のグラフ

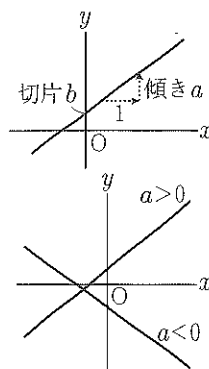
◆一次関数 $y = ax + b$ のグラフは、 $y = ax$ のグラフに平行になり、 $y$ 軸上の点 $(0, b)$ を通る。

◆切片 一次関数 $y = ax + b$ のグラフと $y$ 軸との交点 $(0, b)$ の $y$ 座標 $b$ を、このグラフの切片という。

◆傾き 一次関数 $y = ax + b$ のグラフは、 $a$ の値によって、その傾きぐあいが決まる。この $a$ の値を、直線 $y = ax + b$ の傾きという。

傾き $a$ は $x$ の増加量が1のときの $y$ の増加量を示していて、 $a$ の範囲によって、グラフは次のようになる。

$a > 0 \rightarrow$ 右上がりの直線、 $a < 0 \rightarrow$ 右下がりの直線



#### 4 一次関数のグラフのかき方

◆一次関数 $y = ax + b$ のグラフをかくときは、 $y$ 軸との交点を切片 $b$ できめ、その点を通る傾き $a$ の直線をひく。

#### 5 一次関数の式を求めること

◆グラフから、傾き $a$ と切片 $b$ を読みとる。

◆傾きと1点の座標が与えられたとき

$y = ax + b$ に傾き $a$ を代入した式に、1点の座標の値を $x, y$ に代入して、 $b$ の値を求める。

◆2点の座標が与えられたとき

①  $y = ax + b$ において、グラフが通る2点の座標から傾き $a$ を求め、1点の座標の値を $x, y$ に代入して、 $b$ の値を求める。

② 2点の座標の値を $y = ax + b$ の $x, y$ に代入して、 $a, b$ についての連立方程式をつくり、それを解く。

### 確認ワーク

数  
P.60

例題 一次関数の式 次のことがらのうち、 $y$ が $x$ の一次関数であるものを選び、番号で答えなさい。

- ① 1個120円のりんご $x$ 個を100円のかごにつめてもらったときの代金 $y$ 円
- ② 面積 $30\text{cm}^2$ の長方形の縦の長さ $x\text{cm}$ 、横の長さ $y\text{cm}$

解 ① (代金) = (りんご1個の値段)  $\times$  (りんごの個数) + (かごの値段) だから  
 $y = 120 \times x + 100$ より $y = 120x + 100$ となり、 $y = ax + b$ の形になっているので、一次関数である。

② (長方形の面積) = (縦の長さ)  $\times$  (横の長さ) だから  
 $30 = x \times y$ より  $xy = 30$   $y = \frac{30}{x}$ となり、一次関数ではない。

答 ①

1 次の問いに答えなさい。

□(1) 次のことがらのうち、 $y$ が $x$ の一次関数であるものを選び、番号で答えよ。

- ① 周の長さが18cmの長方形の、縦の長さ $x\text{cm}$ と横の長さ $y\text{cm}$
- ② 分速300mで走る自転車が $x$ 分間に走ったときの距離 $y\text{m}$
- ③ 面積が $8\text{cm}^2$ の平行四辺形の底辺 $x\text{cm}$ と高さ $y\text{cm}$

(2) 次の①～④のことがらについて、 $y$ を $x$ の式で表せ。また、 $y$ が $x$ の一次関数になっているものには、○をつけよ。

□① 1個200円のケーキを $x$ 個買って、50円の箱に入れてもらったときの代金の合計は $y$ 円である。

□② 半径 $x$ cmの円の面積は $y$ cm<sup>2</sup>である。

□③ 時速40kmで走る自動車が160kmある目的地まで行くとき、走った時間を $x$ 時間、残りの距離を $y$ kmとする。

□④ 底辺の長さが8cm、高さが $x$ cmの三角形の面積を $y$ cm<sup>2</sup>とする。

**例題2** **一次関数** 20Lの水が入っている水そうがある。この水そうから、1分間に0.5Lの割合で水を抜いていく。水を抜き始めてから $x$ 分後の水そうの水の量を $y$ Lとして、次の問いに答えなさい。

(1)  $y$ を $x$ の式で表せ。

(2) 10分たったとき、水そうの水は何L残っているか。

(3) 水そうの水の量が5Lになるのは何分後か。

**解** (1)  $x$ 分後には、水そうの水は0.5 $x$ Lだけ少なくなっているので、

$$y = 20 - 0.5x \text{ すなわち } y = -0.5x + 20$$

☞  $y = -0.5x + 20$

(2)  $y = -0.5x + 20$ に、 $x = 10$ を代入すると、

$$y = -0.5 \times 10 + 20 = -5 + 20 = 15 \text{ よって、15L}$$

☞ 15L

(3)  $y = -0.5x + 20$ に、 $y = 5$ を代入すると、

$$5 = -0.5x + 20, \quad 0.5x = 15, \quad x = 30$$

よって、30分後。

☞ 30分後

**2** 風呂に10℃の水を入れてわかし始めた。水温は、1分間に0.5℃ずつ上がる。風呂をわかし始めてから $x$ 分後の風呂の水温を $y$ ℃として、次の問いに答えなさい。

□(1)  $y$ を $x$ の式で表せ。

□(2) 20分後の水温を求めよ。

□(3) 風呂の水温が40℃になるのは何分後か。

## 確認ワーク

**例題3** 一次関数の値の変化 一次関数 $y=4x+2$ について、次の問いに答えなさい。

- (1)  $x$ の値が1から6まで増加するとき、 $x$ の増加量と $y$ の増加量を求めよ。  
 (2)  $x$ の値が1から6まで増加するときの変化の割合を求めよ。  
 (3)  $x$ の増加量が3のときの $y$ の増加量を求めよ。

- 答** (1)  $x$ の増加量は、 $6-1=5$   
 また、 $x=6$ のとき、 $y=4\times 6+2=26$ 、 $x=1$ のとき、 $y=4\times 1+2=6$   
 したがって、 $y$ の増加量は、 $26-6=20$   
 (2) (変化の割合)  $= \frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$  だから、 $\frac{20}{5}=4$   
 (3) 一次関数 $y=ax+b$ では、 $\frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}=a$ となるから、 $(y\text{の増加量})=a\times(x\text{の増加量})$   
 よって、 $(y\text{の増加量})=4\times 3=12$

**3** 次の問いに答えなさい。

- (1) 一次関数 $y=2x-6$ について、 $x$ の値が次の①、②のように増加したときの変化の割合を求めよ。

□① 1から6まで

□② -8から-4まで

- (2) 次の一次関数について、 $x$ の増加量が6であるときの $y$ の増加量を求めよ。

□①  $y=3x+6$

□②  $y=-2x+8$

□③  $y=\frac{2}{3}x-4$

□④  $y=x-10$

- (3)  $y$ が $x$ の一次関数で、右の表のような値をとっている。  
 右の表の空らんにあてはまる数を求めよ。

$x$	-6	-4	-2	0	2	4	6
$y$			-6		2	6	

- (4) 反比例の関係 $y=\frac{12}{x}$ で、 $x$ の値が-6から-2まで変わるときの変化の割合を求めよ。