

問1 数・式の計算

(ア) $(-11) + (-8) = -11 - 8 = -19$

(イ) $\frac{4}{5} - \frac{5}{8} = \frac{32}{40} - \frac{25}{40} = \frac{7}{40}$

(ウ) $84xy^2 \div (-7xy) = -\frac{84xy^2}{7xy} = -12y$

(エ) $\sqrt{80} - \frac{10}{\sqrt{5}} = 4\sqrt{5} - \frac{10 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = 4\sqrt{5} - \frac{10\sqrt{5}}{5} = 4\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

(オ) $(x-3)(x+6) - (x-4)^2 = x^2 + 3x - 18 - (x^2 - 8x + 16) = x^2 + 3x - 18 - x^2 + 8x - 16 = 11x - 34$

問2 単元集合

(ア) $(x+4)^2 - 6(x+4) - 27$ において、 $x+4=M$ とおくと、 $M^2 - 6M - 27 = (M-9)(M+3)$ 、 M をもどして、

$$(M-9)(M+3) = (x+4-9)(x+4+3) = (x-5)(x+7)$$

(イ) 2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解の公式 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ に $a=4$ 、 $b=-2$ 、 $c=-1$ を代入して、

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 4 \times (-1)}}{2 \times 4} = \frac{2 \pm \sqrt{4+16}}{8} = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{8} = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{8} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{4}$$

(ウ) 1次関数 $y = -2x + m$ について、変化の割合が負なので、右下がりのグラフであり、 x の値が最小値のとき y の値は最大値になり、 x の値が最大値のとき y の値は最小値となります。よって、この直線は $(-1, 5)$ 、 $(4, n)$ を通るので、 $y = -2x + m$ に $x = -1$ 、 $y = 5$ を代入して、 $5 = -2 \times (-1) + m$ より、 $m = 3$ 。したがって、 $y = -2x + 3$ に $x = 4$ 、 $y = n$ を代入して、 $n = -2 \times 4 + 3$ より、 $n = -5$

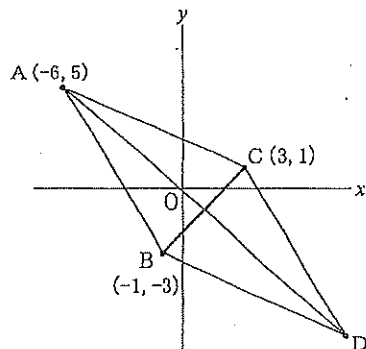
(エ) 大人2人の入園料は $a \times 2 = 2a$ (円)、子ども10人の入園料は、子ども10人の入園料の合計の2割引きになったので、 $b \times 10 \times (1 - 0.2) = 8b$ (円) より、 $2a + 8b \leq 5000$ と表されます。

(オ) 辺 AB と平行な辺は辺 DE 、辺 AB と交わる辺は辺 AC 、辺 AD 、辺 BC 、辺 BE です。よって、ねじれの位置にある辺は、辺 DF 、辺 EF 、辺 CF の3本です。

(ウ) このクラスの人数は、 $3+4+7+5+4+7=30$ (人)です。30人の中央値は、小さい順(大きい順)にならべたときの15番目と16番目の平均になります。15番目も16番目も3点なので、中央値は3点になります。

問3 単問集合

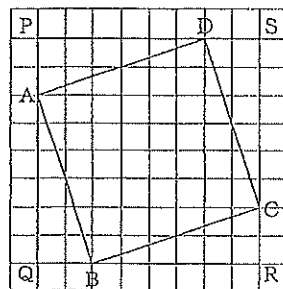
(ア) 線分BCを対角線とすると、右の図のような平行四辺形ABDCができます。AC//BD, AC=BDだから、点Aから点Cまでは、右へ9, 下へ4の移動であるから、点Bから点Dまでも同様です。よって、点Dのx座標は、 $-1+9=8$, y座標は、 $-3+(-4)=-7$ より、 $D(8, -7)$



(イ) 右の図のように、正方形ABCDを囲む四角形PQRSをつくると正方形となり、4つの直角三角形を取り除くと正方形ABCDの面積が求められます。

(正方形ABCDの面積) $= 8^2 - \frac{1}{2} \times 6 \times 2 \times 4 = 40$ (cm²) より、 $AB^2 = 40$,

$AB > 0$ だから、 $AB = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$ (cm)



(ウ) 大きい方の整数を x とすると、小さい方の整数は、 $x-18$ と表されます。(わられる数) $=$ (わる数) \times (商) $+ (余り)$ より、方程式をつくると、 $x = 5(x-18) + 2$, これを解いて $x = 22$, 小さい方の整数は、 $22 - 18 = 4$ と求められます。よって、2つの整数の和は、 $22 + 4 = 26$

問4 関数に関する問題

(ア) $y = ax + 3$ に点Aの座標から、 $x = 2, y = 6$ を代入して、 $6 = 2a + 3$ より、 $a = \frac{3}{2}$

(イ) 直線②の式を $y = -\frac{3}{2}x + b$ として、点Aの座標から、 $x = 2, y = 6$ を代入して、 $6 = -\frac{3}{2} \times 2 + b$, $b = 9$ より、

$C(0, 9)$, 直線①の式 $y = \frac{3}{2}x + 3$ に点Dのx座標 $x = -3$ を代入して、 $y = \frac{3}{2} \times (-3) + 3$, $y = -\frac{3}{2}$ より、

$D(-3, -\frac{3}{2})$, 直線CDの式 $y = mx + n$ で、 $m = \frac{(y \text{の増加量})}{(x \text{の増加量})}$ だから、 $(x \text{の増加量}) = 0 - (-3) = 3$, $(y \text{の増加量}) = 9 - (-\frac{3}{2}) = \frac{21}{2}$ より、 $m = \frac{21}{2} \div 3 = \frac{7}{2}$, n は切片だから、点Cのy座標より、 $n = 9$

(ウ) 右の図のように、 $EP \parallel AB$ のとき、底辺ABが共通で高さが等し

くなるので、 $\triangle AEB$ の面積と $\triangle APB$ の面積が等しくなります。

よって、直線EPの傾きは、直線②の式と同じになるから、 $-\frac{3}{2}$ と

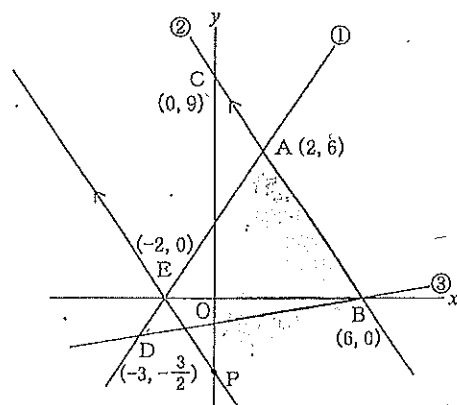
なり、直線EPの式は、 $y = -\frac{3}{2}x + c$ と表せます。直線①の式

$y = \frac{3}{2}x + 3$ に点Eのy座標 $y = 0$ を代入して、 $0 = \frac{3}{2}x + 3$,

$x = -2$ より、 $E(-2, 0)$ 直線EPの式に $x = -2, y = 0$ を代入して、

$0 = -\frac{3}{2} \times (-2) + c$, $c = -3$ したがって、直線EPの式は、

$y = -\frac{3}{2}x - 3$ となり、点Pはy軸との交点だから、 $P(0, -3)$



問5 確率 1908

■ 大, 小2つのさいころの目の出方は, $6 \times 6 = 36$ (通り) です。

(ア) 60の約数は1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60です。このうち, 2つのさいころの目の和でできる数は2, 3, 4, 5, 6, 10, 12です。よって, a と b の和が60の約数となる目の出方は, $(a, b) = (1, 1), (1, 2), (2, 1), (1, 3), (2, 2), (3, 1), (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1), (4, 6), (5, 5), (6, 4), (6, 6)$ の19通りです。よって, その確率は, $\frac{19}{36}$ です。

(イ) $\sqrt{210-3n} = \sqrt{3(70-n)}$ n の最小値は11で最大値は66だから, $70-n > 0$ よって, $70-n = 3k^2$ (k は自然数)のとき, $\sqrt{210-3n}$ は整数になります。

$k=1$ のとき, $70-n=3$ より, $n=67$, 一の位が7となり適さない。

$k=2$ のとき, $70-n=3 \times 2^2$ より, $n=58$, 一の位が8となり適さない。

$k=3$ のとき, $70-n=3 \times 3^2$ より, $n=43$

$k=4$ のとき, $70-n=3 \times 4^2$ より, $n=22$

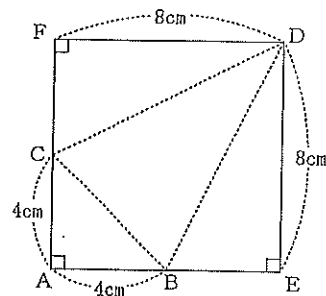
$k=5$ のとき, $70-n=3 \times 5^2$ より, $n=-5$ となり, $k=5$ より大きい場合はありえません。

以上より, $\sqrt{210-3n}$ が整数となる n は43, 22の2通りです。よって, その確率は, $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

問6 空間図形に関する問題

(ア) (三角すいの体積) $= \frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ})$ で求めます。よって, $\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 4\right) \times 8 = \frac{64}{3} \text{ (cm}^3\text{)}$

(イ) 右の図を組み立てると図1の三角すいになることから, 点Eは点Aと重なり, また, 点Fも点Aと重なることがわかります。よって, $AB=EB$, $AC=FC$ で, 辺DE, 辺DFは三角すいの高さADになり, $\angle DFC = \angle DEB = 90^\circ$ になることから四角形AEDFは正方形になります。 $\triangle DBC$ の面積は, 正方形AEDFの面積から3つの直角三角形の面積をひいて求めることができます。



(正方形AEDFの面積) $= 8 \times 8 = 64 \text{ (cm}^2\text{)}$, $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8 \text{ (cm}^2\text{)}$,

$\triangle BED = \triangle CFD = \frac{1}{2} \times 4 \times 8 = 16 \text{ (cm}^2\text{)}$ より, $\triangle DBC = 64 - 8 - 16 \times 2 = 24 \text{ (cm}^2\text{)}$

(ウ) 点Aと $\triangle DBC$ との距離とは, 図1の三角すいを $\triangle DBC$ を底面としたときの高さになります。図1の三角すいはどの向きに置いても体積は同じです。よって, $\triangle DBC$ を底面, 高さを h として式をつくと, $\frac{1}{3} \times 24 \times h = \frac{64}{3}$, $h = \frac{8}{3}$ より, 点Aと $\triangle DBC$ の距離は $\frac{8}{3} \text{ (cm)}$ と求めることができます。

問7 図形の証明に関する問題

- (イ) $\triangle ABC$ で、内角と外角の関係より、 $\angle FCB = \angle CAB + \angle ABC = 27^\circ + 40^\circ = 67^\circ$ 、 $\triangle ADG \cong \triangle BCF$ より、
 $\angle ADG = \angle BCF = 67^\circ$ 、 $\triangle CDB$ で、 $BD = BC$ より、 $\triangle CDB$ は二等辺三角形なので、 $\angle CDB = (180^\circ - 40^\circ) \div 2 = 70^\circ$ 、よって、 $\angle GDC = 180^\circ - \angle ADG - \angle CDB = 180^\circ - 67^\circ - 70^\circ = 43^\circ$

問8A 2乗に比例する関数

㉑ 直線①の式 $y = x + 3$ に $x = 3$ を代入して、 $y = 6$ 、 $A(3, 6)$ 、

$x = -\frac{3}{2}$ を代入して、 $y = \frac{3}{2}$ 、 $B(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$ 、線分 AC は x 軸に
 平行で、点 A と点 C は y 軸について対称だから、 $C(-3, 6)$ 、

$D(0, 6)$

㉒ 線分 CE は y 軸に平行だから、 $E(-3, 0)$

㉓ $DO : OF = 3 : 1$ で $OD = 6$ より、 $OF = 2$ 、よって、 $F(0, -2)$

(ア) $y = ax^2$ に $A(3, 6)$ を代入して、 $6 = a \times 3^2$ 、 $a = \frac{2}{3}$ です。

(イ) $B(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$ 、 $C(-3, 6)$ を通る直線 BC の変化の割合を求めると、

$$(x \text{ の増加量}) = -\frac{3}{2} - (-3) = \frac{3}{2}, (y \text{ の増加量}) = \frac{3}{2} - 6 = -\frac{9}{2} \text{ より、}$$

$$m = (y \text{ の増加量}) \div (x \text{ の増加量}) = -\frac{9}{2} \div \frac{3}{2} = -3, \text{ よって、} y = -3x + n \text{ に } x = -3, y = 6 \text{ を代入して、}$$

$$6 = -3 \times (-3) + n \text{ より、} n = -3 \text{ となります。}$$

(ウ) $A(3, 6)$ 、 $F(0, -2)$ を通る直線 AF の変化の割合は、 $\frac{6 - (-2)}{3 - 0} = \frac{8}{3}$ より、直線 AF の式は $y = \frac{8}{3}x - 2$ 、

点 G は直線 AF と x 軸との交点だから、 $y = 0$ を代入して、 $0 = \frac{8}{3}x - 2$ 、 $x = \frac{3}{4}$ より、 $G(\frac{3}{4}, 0)$ 、

$$(\triangle AEF \text{ の面積}) = (\triangle AEG \text{ の面積}) + (\triangle EFG \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{4} + 3\right) \times 6 + \frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{4} + 3\right) \times 2 =$$

$$\frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{4} + 3\right) \times (6 + 2) = 15, \text{ よって、} (\triangle APG \text{ の面積}) = \frac{15}{2} \text{ になればよいことがわかります。} (\triangle PEG \text{ の面積}) =$$

$$(\triangle AEG \text{ の面積}) - (\triangle APG \text{ の面積}) = \frac{45}{4} - \frac{15}{2} = \frac{15}{4}, (\triangle PEG \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times EG \times (P \text{ の } y \text{ 座標}) \text{ より、}$$

$$\frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{4} + 3\right) \times (P \text{ の } y \text{ 座標}) = \frac{15}{4}, (P \text{ の } y \text{ 座標}) = 2, \text{ 点 } P \text{ は直線①上の点であるから、} y = x + 3 \text{ に } y = 2 \text{ を代入}$$

して、 $2 = x + 3$ 、 $x = -1$ となります。

