数学 ＜解答と解説＞

解答

問1 (ア) 2　(イ) 3　(ウ) 4　(エ) 3　(オ) 2

問2 (ア) 1　(イ) 4　(ウ) 4　(エ) 3　(オ) 1　(カ) 2

問3 (ア) △DBE：△ABC＝1：5　(イ) $\frac{2p+3}{2}$(cm)

問4 (ア) 4　(イ)(i) 3　(ii) 1　(ウ) F(－1，6)

問5 (ア) 3　(イ) $\frac{1}{12}$

問6 (ア) 5　(イ) 1　(ウ) 解説参照

問7 (ア)(i) DC＝HB

(ii) ∠BCD＝∠EBH

(iii) 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

(イ) ∠BDF＝59°

配点

問1 各3点×5＝15点
問2 各4点×6＝24点
問3 各5点×2＝10点
問4 各5点×3＝15点
((イ)完答)
問5 各5点×2＝10点
問6 各5点×3＝15点
問7 (ア)各2点×3＝6点
(イ)5点
計11点
合計100点

問1 数・式の計算

(ア) $7-(+9)-6=7-9-6=-2-6=-8$

(イ) $\frac{7}{5}-\frac{10}{7}=\frac{49}{35}-\frac{50}{35}=-\frac{1}{35}$

(ウ) $8xy\div 6y\times 12x=\frac{8xy\times 12x}{6y}=16x^2$

(エ) $\frac{8}{\sqrt{8}}+\sqrt{32}=\frac{8}{2\sqrt{2}}+4\sqrt{2}=\frac{8\times\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}}+4\sqrt{2}=\frac{8\sqrt{2}}{4}+4\sqrt{2}=2\sqrt{2}+4\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

(オ) $(x+2)^2-2(x-3)(x+6)=x^2+4x+4-2(x^2+3x-18)=x^2+4x+4-2x^2-6x+36$

$=-x^2-2x+40$

問2 単問集合(番号選択形式)

(ア) $(x+4)(x-9)-4x=x^2-5x-36-4x=x^2-9x-36=(x-12)(x+3)$

(イ) 式を簡単にしてから代入すると，求めやすくなります。$x^2-2xy+y^2=(x-y)^2$，この式に $x=\sqrt{5}+2$，$y=\sqrt{5}-2$ を代入して，$(x-y)^2=\{(\sqrt{5}+2)-(\sqrt{5}+2)\}^2=(\sqrt{5}+2-\sqrt{5}+2)^2=4^2=16$

(ウ) $8<\sqrt{11n}<11$ において，8，$\sqrt{11n}$，11はすべて正の数なので，それぞれを2乗しても不等号の向きは変わりません。8，$\sqrt{11n}$，11をそれぞれ2乗した不等式 $64<11n<121$ において，64，$11n$，121を n の係数である11でそれぞれわると，$\frac{64}{11}<n<11$ になります。$\frac{64}{11}=5\frac{9}{11}$ であることから，この不等式を満たす自然数 n は，6，7，8，9，10の5個です。

(エ) $y=\frac{1}{3}x-2$ に $x=3$ を代入して，$y=\frac{1}{3}\times 3-2=-1$ より，交点の座標は(3，－1)です。これを $y=ax+1$ に代入して，$-1=3a+1$ より，$a=-\frac{2}{3}$

(オ) かかった時間＝道のり÷速さ　より，$a\div x=\frac{a}{x}$(時間)であり，かかった時間は4時間未満なので，$\frac{a}{x}<4$

(カ) 度数の最も大きい階級の階級値が，最頻値になります。この度数分布表で度数が最も大きい8人は，20m以上24m未満の階級であり，この階級の階級値は，$(20+24)\div 2=22$(m)なので，22mが最頻値になります。

問3　単問集合(解答記入形式)

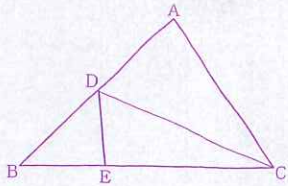
(ア)　右の図のように，点Dと点Cを結びます。AD：DB＝1：1より，

△DBCの面積＝△ABCの面積×$\frac{1}{2}$，次に，BE：EC＝2：3より，

△DBEの面積＝△DBCの面積×$\frac{2}{5}$＝△ABCの面積×$\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}$＝

△ABCの面積×$\frac{1}{5}$

よって，△DBEの面積：△ABCの面積＝$\frac{1}{5}$：1＝1：5



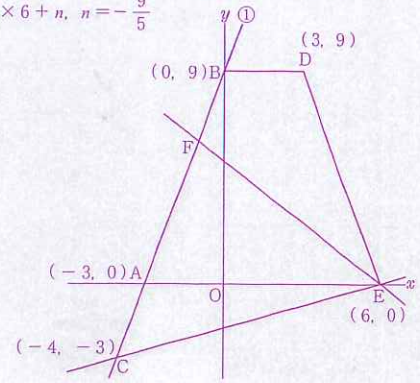
(イ)・Bチームの5人の平均身長は$(p+3)$cmです。Aチームの5人の身長の和は$p\times5=5p$(cm)，Bチームの5人の身長の和は$(p+3)\times5=5p+15$(cm)なので，10人の平均身長は，$\{5p+(5p+15)\}\div10=\frac{10p+15}{10}=\frac{2p+3}{2}$(cm)

問4　関数

(ア)　$y=ax+9$にA$(-3,\ 0)$を代入して，$0=-3a+9$より，$a=3$

(イ)　直線①の式$y=3x+9$に$x=-4$を代入して，$y=3\times(-4)+9=-3$より，C$(-4,\ -3)$，線分AO＝3，AO：OE＝1：2より，OE＝3×2＝6，よって，E(6，0)，ここで，$m=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\frac{0-(-3)}{6-(-4)}=\frac{3}{10}$，$y=mx+n$に$m=\frac{3}{10}$，$x=6$，$y=0$を代入して，$0=\frac{3}{10}\times6+n$，$n=-\frac{9}{5}$

(ウ)　四角形AEDBはBD//AEの台形です。A$(-3,\ 0)$，E(6，0)，D(3，9)，B(0，9)から，台形AEDBの面積は，$(3+9)\times9\times\frac{1}{2}=54$，直線EFは台形AEDBの面積を2等分するので，△AEFの面積は，$54\times\frac{1}{2}=27$になります。点Fのy座標をhとすると，△AEFの面積は，$9\times h\times\frac{1}{2}=27$と表されます。これを解くと，$h=6$より，点Fの$y$座標は6になります。直線①の式$y=3x+9$に$y=6$を代入して，$6=3x+9$，$x=-1$，よって，F$(-1,\ 6)$



問5　確率

■　大，小2つのさいころの目の出方は，6×6＝36通りです。

(ア)　$a+b$が10，11，12になるときなので，$(a,\ b)=(4,\ 6)$，$(5,\ 5)$，$(6,\ 4)$，$(5,\ 6)$，$(6,\ 5)$，$(6,\ 6)$の6通りです。よって，その確率は，$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

(イ)　$\sqrt{2(66-n)}$が自然数になるには，kを自然数とすると，$66-n=2k^2$になるときです。

$66-n=2\times1^2$になるとき，$n=64$，この場合，$a=6$，$b=4$

$66-n=2\times2^2$になるとき，$n=58$，この場合，さいころに8の目はないため，成立しません。

$66-n=2\times3^2$になるとき，$n=48$，この場合，さいころに8の目はないため，成立しません。

$66-n=2\times4^2$になるとき，$n=34$，この場合，$a=3$，$b=4$

$66-n=2\times5^2$になるとき，$n=16$，この場合，$a=1$，$b=6$

kが6以上のとき，nは負の数になるため，成立しません。

よって，$(a,\ b)=(6,\ 4)$，$(3,\ 4)$，$(1,\ 6)$の3通りなので，その確率は，$\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

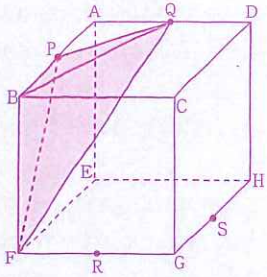
問 6　空間図形

(ア)　立方体は，6つの正方形の面でできているので，1つの正方形の面の面積は，$96 \div 6 = 16(\text{cm}^2)$であり，正方形の1辺を$x$cmとすると，$x^2 = 16$，$x > 0$より，$x = 4$．よって，この立方体の1辺の長さは4cmです。

(イ)　右の図Ⅰより，4点B，F，P，Qを直線で結んでできる立体は，三角すいになります。ここで，面ABCD⊥辺BFなので，△BPQを底面とし，辺BFを高さとすると，この三角すいの体積が求められます。

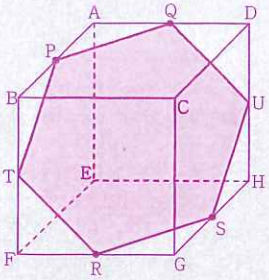
よって，この三角すいの体積は，$2 \times 2 \times \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{1}{3} = \frac{8}{3}(\text{cm}^3)$

図Ⅰ

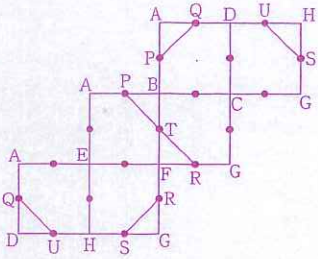


(ウ)　4点P，Q，R，Sを通る平面でこの立方体を切断したときの切り口は，次の図Ⅱのような正六角形になります。この正六角形の6つの頂点には，4点P，Q，R，Sと，辺BFの中点(Tとします)と，辺DHの中点(Uとします)があります。解答用紙の展開図に，この立方体の各頂点の記号A～H，および正六角形の6つの頂点P～Uをかき入れ，すでにかき入れられている辺PQと辺RS以外の，辺PT，辺TR，辺QU，辺USを書き入れると，次の図Ⅲのようになります。

図Ⅱ



図Ⅲ

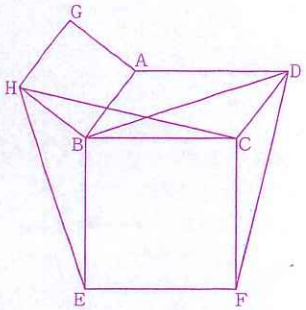


問 7　図形の証明と角の大きさ

(ア)(i)　②では「AB＝HB」が示され，③では「AB＝DC」が示されているので，［(i)］には，「DC＝HB」があてはまります。

(ii)　⑧では「∠ABC＋∠BCD＝180°」が示され，⑨では「∠ABC＋∠EBH＝180°」が示されているので，［(ii)］には「∠BCD＝∠EBH」があてはまります。

(iii)　①では1組の辺が等しいことが示され，④ではもう1組の辺が等しいことが示され，⑩では①と④で示された2組の辺の間の角が等しいことが示されているので，［(iii)］にあてはまる合同条件は，「2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい」です。



(イ)　△BCD≡△EBHから，∠BCD＝∠EBH＝125°，△BCDにおいて，∠CDB＝180－(∠BCD＋∠DBC)＝180－(125＋20)＝35°，また，△DCFと△HBCにおいて，DC＝HB，CF＝BC，∠DCF＝∠HBC(＝360－(125＋90)＝145°)より，2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいことから，△DCF≡△HBCなので，∠CDF＝∠BHC＝24°，よって，∠BDF＝∠CDB＋∠CDF＝35＋24＝59°