

□(3) 対角線の長さが6cm, 8cmであるひし形の1辺の長さを求めよ。

□(4) 等しい辺の長さが7cm, 底辺の長さが10cmの二等辺三角形の面積を求めよ。

教  
卷末  
P.27

**例題4 平面図形への利用** 右の図は、 $BC = 6\text{cm}$ ,  $CD = 2\sqrt{3}\text{cm}$  の長方形を、点Bが点Dに重なるように折ったところである。折り目をEFとするとき、次の問いに答えなさい。

(1)  $CF = x\text{cm}$ として、 $\triangle CDF$ で三平方の定理を利用して、二次方程式をつくれ。

(2) CFの長さを求めよ。

**解** (1)  $BF = 6 - x(\text{cm})$ ,  $DF = BF$ だから

$$\triangle CDF \text{ で } CD^2 + CF^2 = DF^2$$

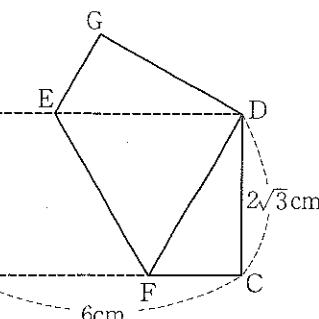
$$(2\sqrt{3})^2 + x^2 = (6 - x)^2$$

(2) (1)の方程式を解くと

$$12 + x^2 = 36 - 12x + x^2$$

$$12x = 24$$

$$x = 2$$

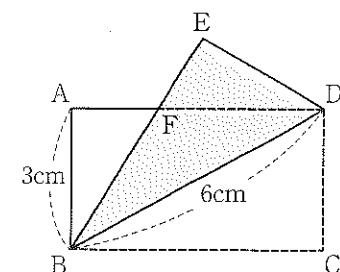


答  $(2\sqrt{3})^2 + x^2 = (6 - x)^2$

答 2cm

**4** 右の図のように、長方形ABCDを対角線BDで折り重ねて、点Cが移動した点をEとする。ADとBEの交点をFとして、 $AB = 3\text{cm}$ ,  $BD = 6\text{cm}$ のとき、次の問い合わせに答えなさい。

□(1)  $\angle FDE$ の大きさを求めよ。



□(2) DFの長さを求めよ。

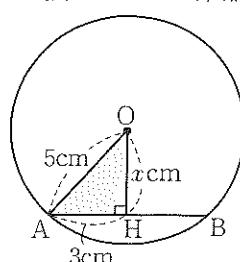
教  
P.193

**例題5 弦の長さ** 半径5cmの円Oがある。円Oの弦ABの長さが6cmのとき、中心Oから弦ABまでの距離を求めなさい。

**解** 中心Oから弦ABに垂線OHをひくと、HはABの中点になるので、 $AH = 3\text{cm}$   
 $\triangle OAH$ で、 $OA = 5\text{cm}$ ,  $AH = 3\text{cm}$ ,  $\angle OHA = 90^\circ$ だから、  
 $OH = x\text{cm}$  とすると

$$3^2 + x^2 = 5^2, \quad x^2 = 16, \quad x > 0 \text{ より, } x = 4$$

答 4cm



## 18. 三平方の定理の利用

◎数学中3

### 5 次の問い合わせに答えなさい。

□(1) 半径6cmの円Oがある。円Oの弦ABの長さが6cmのとき、中心Oから弦ABまでの距離を求めよ。

□(2) 半径9cmの円Oで、中心Oからの距離が5cmであるような弦ABの長さを求めよ。

□(3) 円Oで、弦ABの長さが20cm、中心Oから弦ABまでの距離が24cmのとき、円Oの半径を求めよ。

□(4) 半径10cm、中心角120°のおうぎ形OABで、弦ABの長さを求めよ。

**例題6** **[接線の長さ]** 右の図で、直線PAは円Oの接線で、 $PA = 8\text{cm}$ であり、点Oと点Aとの距離は10cmである。円Oの半径は何cmか求めなさい。

**解** 直線APは、点Pを接点とする円Oの接線なので、 $OP \perp AP$  よって、 $\triangle OPA$ は直角三角形である。

$AP = 8\text{cm}$ ,  $AO = 10\text{cm}$ なので、三平方の定理より、

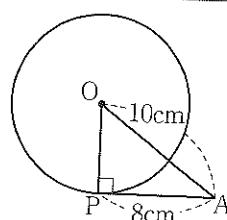
$$PO^2 = AO^2 - AP^2$$

$$= 10^2 - 8^2$$

$$= 100 - 64$$

$$= 36$$

$$PO > 0 \text{より}, PO = 6(\text{cm})$$

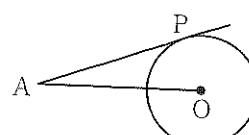


教  
P.193  
P.197

答 6cm

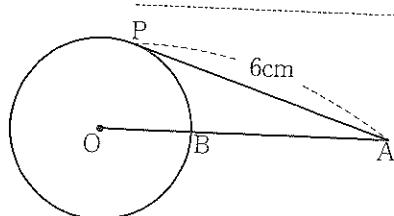
### 6 次の問い合わせに答えなさい。

□(1) 右の図で、APは、Pを接点とする円Oの接線である。 $AO = 9\text{cm}$ ,  $AP = 6\text{cm}$ のとき、円Oの半径の長さを求めよ。

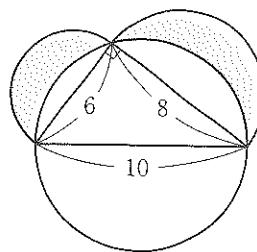


□(2) 右の図で、円Oの半径は2cmである。直線PAは円Oの接線で、

$PA = 6\text{cm}$ であり、線分OAと円Oとの交点をBとする。このとき、線分ABの長さは何cmか求めよ。



**例題7 三平方の定理と面積** 右の図で、色のついた部分の面積を求めなさい。



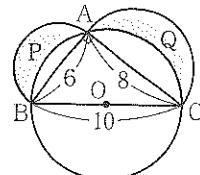
**解** 右の図のように、直径6の円を円P、直径8の円を円Q、直径10の円を円Oとし、円Oに内接している直角三角形を△ABCとする。

求める面積をSとおくと、

$$S = \text{円Pの半分} + \text{円Qの半分} + \triangle ABC - \text{円Oの半分}$$

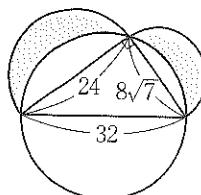
$$\begin{aligned} \text{よって}, S &= \frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{6}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{8}{2}\right)^2 + \frac{6 \times 8}{2} - \frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{10}{2}\right)^2 \\ &= \frac{1}{2} \times \pi \times \frac{1}{4} \times (6^2 + 8^2 - 10^2) + \frac{6 \times 8}{2} = \frac{6 \times 8}{2} = 24 \end{aligned}$$

この問題から、色のついた部分の面積は直角三角形ABCの面積に等しいことがわかる。



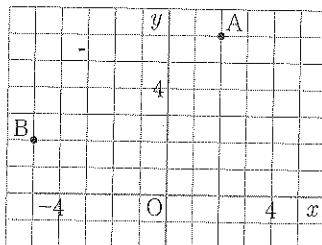
答 24

**7** 右の図で、色のついた部分の面積を求めなさい。

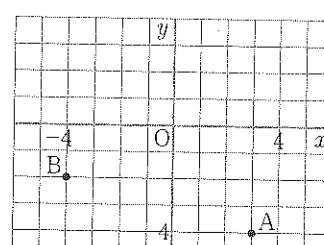


**例題8 2点間の距離(1)** 次の座標をもつ2点間の距離を求めなさい。

$$\textcircled{1} \quad A(2, 6), B(-5, 2)$$

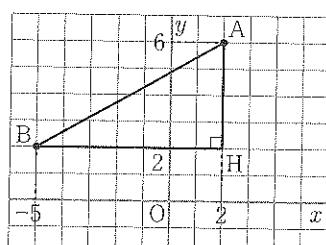


$$\textcircled{2} \quad A(3, -4), B(-4, -2)$$



**解** 2点を結ぶ線分を斜辺とし、座標軸に平行な2つの辺をもつ直角三角形をつくり、三平方の定理を使って求める。

**①** 下の図のように、Aからy軸に平行にひいた直線と、Bからx軸に平行にひいた直線との交点をHとする。



$\triangle AHB$ で、 $\angle AHB = 90^\circ$

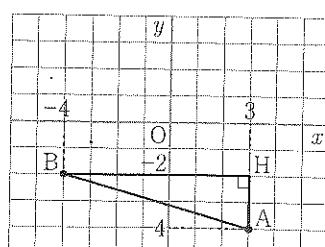
$$AH = 6 - 2 = 4$$

$$HB = 2 - (-5) = 7$$

したがって、三平方の定理より、

$$AB^2 = 4^2 + 7^2 = 65$$

**②** 下の図のように、Aからy軸に平行にひいた直線と、Bからx軸に平行にひいた直線との交点をHとする。



$\triangle AHB$ で、 $\angle AHB = 90^\circ$

$$AH = -2 - (-4) = 2$$

$$HB = 3 - (-4) = 7$$

したがって、三平方の定理より、

$$AB^2 = 2^2 + 7^2 = 53$$

答  $\sqrt{53}$

## 18. 三平方の定理の利用

◎数学中3

8 次の座標をもつ2点間の距離を求めなさい。

□① A(0, 0), B(12, 9)

□② A(-2, 7), B(5, 2)

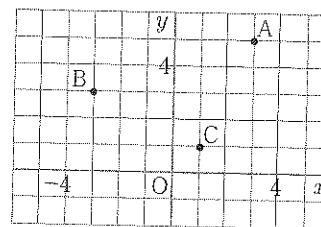
□③ A(9, -6), B(1, -2)

□④ A(-8, -3), B(4, 2)

**例題9** **2点間の距離(2)** 右の図のように、3点A(3, 5), B(-3, 3), C(1, 1)がある。このとき、次の問いに答えなさい。

(1) 線分ABの長さを求めよ。

(2) △ABCはどんな三角形か。



P.194

**解** (1) Aからx軸にひいた垂線と、Bからy軸にひいた垂線との交点をHとする。

$AH = 5 - 3 = 2, BH = 3 - (-3) = 6$

$AB^2 = 2^2 + 6^2 = 40 \text{ よって, } AB = 2\sqrt{10}$

**答**  $2\sqrt{10}$ 

(2) (1)と同様にして、

$BC^2 = 2^2 + 4^2 = 20 \text{ よって, } BC = 2\sqrt{5}$

$CA^2 = 2^2 + 4^2 = 20 \text{ よって, } CA = 2\sqrt{5}$

したがって、 $AC = BC$ 、また、 $AB^2 = BC^2 + CA^2$ **答**  $\angle C = 90^\circ$  の直角二等辺三角形

9 △ABCの各頂点の座標は、A(3, 0), B(6, 2), C(2, 8)である。このとき、次の問い合わせに答えなさい。

□(1) 辺ABの長さを求めよ。

□(2) 辺BCの長さを求めよ。

□(3) 辺CAの長さを求めよ。

□(4) △ABCはどんな三角形か。

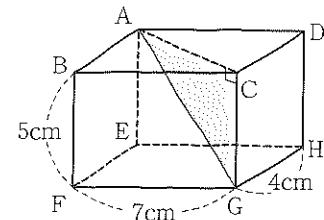
**例題10 直方体の対角線** 右の図は、縦4cm、横7cm、高さ5cmの直方体である。この直方体の対角線AGの長さを求めなさい。

$$\text{解} \quad AC^2 = AB^2 + BC^2 = 4^2 + 7^2 = 65$$

$$AG^2 = AC^2 + CG^2 = 65 + 5^2 = 90$$

$$AG > 0 \text{ より } AG = 3\sqrt{10} \text{ cm}$$

答  $3\sqrt{10} \text{ cm}$

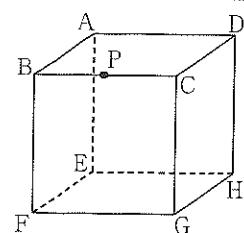


10 次の問いに答えなさい。

□(1) 縦5cm、横5cm、高さ7cmの直方体の対角線の長さを求めよ。

□(2) 1辺の長さが9cmの立方体の対角線の長さを求めよ。

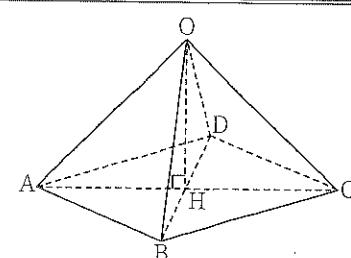
□(3) 右の図は、1辺8cmの立方体である。辺BCの中点をPとするとき、PHの長さを求めよ。



**例題11 角錐の体積** 右の図のような正四角錐OABCDがある。底面は1辺6cmの正方形で、他の辺の長さも、すべて6cmである。このとき、次の問いに答えなさい。

(1) 線分OHの長さを求めよ。

(2) この立体の体積を求めよ。



解 (1)  $\triangle ABC$ は直角二等辺三角形なので、 $AB : AC = 1 : \sqrt{2}$  より、 $AC = 6\sqrt{2} \text{ (cm)}$

$$H \text{ は } AC \text{ の中点だから, } AH = \frac{1}{2} AC = 3\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$OH^2 + AH^2 = OA^2$$

$$OH^2 + (3\sqrt{2})^2 = 6^2$$

$$OH > 0 \text{ だから, } OH = 3\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

答  $3\sqrt{2} \text{ cm}$

$$(2) OABCD \text{ の体積} = \frac{1}{3} \times AB \times BC \times OH$$

$$= \frac{1}{3} \times 6 \times 6 \times 3\sqrt{2}$$

$$= 36\sqrt{2} \text{ (cm}^3\text{)}$$

答  $36\sqrt{2} \text{ cm}^3$